Quelques résultats sur le nucléon en QCD sur réseau

R.Baron
CEA/DSM/DAPNIA/SPhN
M.Brinet
LPSC Grenoble

14 Juin 2007

Plan

Introduction

- Calculer dans le domaine non-perturbatif en se fondant sur la théorie exacte.
- Contrôle des erreurs (pas du réseau fini, volume fini, erreurs statistiques)
- Nécessite des moyens de calculs importants

Plan

Théorie I

- Formulation fonctionnelle de la théorie quantique des champs

Théorie I

- Formulation fonctionnelle de la théorie quantique des champs

$$\boxed{\langle \mathcal{O}(\bar{\psi}, \psi, \phi) \rangle = \frac{1}{Z} \int D\bar{\psi} D\psi D\phi \, \mathcal{O}(\bar{\psi}, \psi, \phi) e^{iS[\bar{\psi}, \psi, \phi]}} \qquad (1)$$

Théorie I

- Formulation fonctionnelle de la théorie quantique des champs

$$\boxed{\langle \mathcal{O}(\bar{\psi}, \psi, \phi) \rangle = \frac{1}{Z} \int D\bar{\psi} D\psi D\phi \, \mathcal{O}(\bar{\psi}, \psi, \phi) e^{iS[\bar{\psi}, \psi, \phi]}} \qquad (1)$$

- Rotation de Wick
  $t \longrightarrow \tau \equiv it$

Théorie I

- Formulation fonctionnelle de la théorie quantique des champs

$$\boxed{\langle \mathcal{O}(\bar{\psi}, \psi, \phi) \rangle = \frac{1}{Z} \int D\bar{\psi} D\psi D\phi \, \mathcal{O}(\bar{\psi}, \psi, \phi) e^{iS[\bar{\psi}, \psi, \phi]}} \qquad (1)$$

- Rotation de Wick
  $t \longrightarrow \tau \equiv it$

$$\boxed{\langle \mathcal{O}(\bar{\psi}, \psi, \phi) \rangle = \frac{1}{Z} \int D\bar{\psi} D\psi D\phi \, \mathcal{O}(\bar{\psi}, \psi, \phi) e^{-S_E[\bar{\psi}, \psi, \phi]}} \qquad (2)$$

Théorie II

$$\langle \mathcal{O}(\bar{\psi},\psi,\phi)\rangle = \frac{1}{Z}\int D\bar{\psi}D\psi D\phi\, \mathcal{O}(\bar{\psi},\psi,\phi)e^{-S_W[\phi]-\bar{\psi}D[\phi]\psi}$$

- Intégration formelle sur les champs de quarks

$$det(A)\sum_{k_1\ldots k_M}\epsilon^{k_1\ldots k_M}_{j_1\ldots j_M}(A^{-1}_{k_1 i_1})\ldots(A^{-1}_{k_M i_M})\propto\int D\psi^\dagger D\psi e^{-\psi^\dagger A\psi}\psi_{j_1}\psi^\dagger_{j_1}\ldots\psi_{j_M}\psi^\dagger_{j_M}$$

$$\langle \mathcal{O}(\bar{\psi},\psi,\phi)\rangle = \frac{1}{Z}\int D\phi\, \mathcal{O}'(\phi)det(D[\phi])e^{-S_W[\phi]}$$

- Introduction de champs pseudo-fermioniques

$$|det(D[\phi])| \propto \int D\xi^\dagger D\xi\, e^{-\xi^\dagger(D[\phi]D[\phi]^\dagger)^{-1}\xi} = \int D\xi^\dagger D\xi\, e^{-|D[\phi]^{-1}\xi|^2}$$

Théorie III

$$\boxed{\langle \mathcal{O}(\bar{\psi}, \psi, \phi) \rangle = \frac{1}{Z} \int D\phi D\xi^\dagger D\xi \, \mathcal{O}'(\phi) e^{-S_W[\phi] - \xi^\dagger (D[\phi]^\dagger D[\phi])^{-1} \xi}}$$

Théorie III

$$\boxed{\langle \mathcal{O}(\bar{\psi}, \psi, \phi) \rangle = \frac{1}{Z} \int D\phi D\xi^\dagger D\xi \; \mathcal{O}'(\phi) e^{-S_W[\phi] - \xi^\dagger (D[\phi]^\dagger D[\phi])^{-1} \xi}}$$

- But générer des $\{\phi_i\}$ avec $i \in \{1 \dots N\}$ suivant la distribution

$$P(\phi) = \frac{1}{Z} \int D\xi^\dagger D\xi \; e^{-S_W[\phi] - \xi^\dagger (D[\phi]^\dagger D[\phi])^{-1} \xi}$$

- Alors

$$\langle \mathcal{O}(\bar{\psi}, \psi, \phi) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \mathcal{O}'(\phi_n) + O(\frac{1}{\sqrt{N}})$$

Correspondance chromodynamique quantique et physique statistique

Chromodynamique quantique	Physique statistique
Action euclidienne	Hamiltonien
Fonctions de Green $\langle 0 \vert T\mathcal{O}_1 \ldots \mathcal{O}_n \vert 0 \rangle$	Fonctions de correlation $\langle \mathcal{O}_1 \ldots \mathcal{O}_n \rangle$
Masse de la plus légère particule M	Inverse de la longueur de correlation $\xi = \frac{1}{M}$

Discrétisation

- Réseau hypercubique Λ, de taille $N^3 * (2N)$ généralement pour les simulations avec quarks dynamiques
- Conditions aux limites périodiques pour l'espace, anti-périodiques pour le temps

Discrétisation

- Réseau hypercubique Λ, de taille $N^3 * (2N)$ généralement pour les simulations avec quarks dynamiques
- Conditions aux limites périodiques pour l'espace, anti-périodiques pour le temps
- $\psi(x)$ pour $x \in \Lambda$
- Différences finies

$$\partial_\mu \phi(x) = \frac{\phi(x + a\hat{\mu}) - \phi(x - a\hat{\mu})}{2a}$$

Gluons

- Invariance de jauge $\rightarrow$ concept de dérivée covariante $\rightarrow$ transport parallèle
- Dans le cas continu

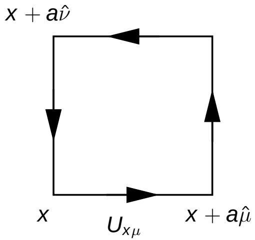
$$\boxed{U(\mathcal{C}_S) = Pe^{-\int_{\mathcal{C}_S} A_\mu dx^\mu}}$$

Gluons

- Invariance de jauge $\rightarrow$ concept de dérivée covariante $\rightarrow$ transport parallèle
- Dans le cas continu

$$\boxed{U(\mathcal{C}_S) = Pe^{-\int_{\mathcal{C}_S} A_\mu dx^\mu}}$$

- Dans le cas discret, la plus petite distance est le pas du réseau
  $U(x + a\hat{\mu}, x) = U_{x\mu} \in SU(3)$
- Objet invariant de jauge le plus simple : plaquette



Gluons

- Action élémentaire

$$P(U_{x;\mu\nu}) = \beta(1 - \frac{1}{3}Re(Tr(U_{x;\mu\nu})))$$

- Action totale

$$\boxed{S_{Wilson} = \sum_{\text{toutes plaquettes } U} P(U)}$$

- Comparaison avec le cas continu

$$S_{YM} = \frac{1}{4}\int d^4x \sum_{a\mu\nu} Tr(F^a_{\mu\nu}F^a_{\mu\nu})$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{2*3}{g_0^2}$$

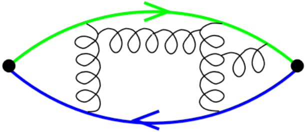
Fermions, problèmes

- Doubling

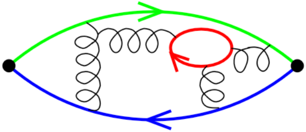
$$\boxed{\tilde{G}(p) = \frac{m - \frac{i}{a}\sum_\mu \gamma_\mu sin(ap_\mu)}{m^2 + \frac{1}{a^2}\sum_\mu sin^2(ap_\mu)}}$$

- Quenched approximation

$$\int D\overline{\Psi} D\Psi e^{-\int \overline{\psi}(x) M \psi(x)} = det(M)$$



(A) Quenched QCD: quark loops neglected



(B) Full QCD

Fermions, les problèmes

- Symétrie chirale : échange spineur gauche, droit dans la limite de masse nulle

$$\{D, \gamma_5\} = 0$$

- Théorème Nielsen-Ninomiya
- Relation de Ginsparg-Wilson $\{D, \gamma_5\} = 2aD\gamma_5 D$
  Si D vérifie cette relation alors (Lüscher) $S = \bar{\psi} D \psi$ est invariant sous

$$\delta\psi = \gamma_5 (1 - \frac{1}{2} aD)\psi, \; \delta\bar{\psi} = \bar{\psi}(1 - \frac{1}{2} aD)\gamma_5$$

Fermions, solutions

- Wilson (supprime doubling)
- Staggered (meilleur comportement chiral que Wilson)
- Overlap (très bon comportement chiral, coûteux a simuler)
- Twisted mass (bon comportement chiral, moyennement coûteux)

Extraction quantités physiques
Propagateur

- Element clé propagateur

$$
\begin{aligned}
S(x,y) &= \langle u(y)\bar{u}(x)\rangle = \frac{1}{Z}\int D\bar{\psi}D\psi D\phi\, u(y)\bar{u}(x)e^{-S[\bar{\psi},\psi,\phi]} \\
&= D^{-1}_{xy}
\end{aligned}
$$

Extraction quantités physiques
Propagateur

- Element clé propagateur

$$
\begin{aligned}
S(x,y) &= \langle u(y)\bar{u}(x)\rangle = \frac{1}{Z}\int D\bar{\psi}D\psi D\phi\, u(y)\bar{u}(x)e^{-S[\bar{\psi},\psi,\phi]} \\
&= D^{-1}_{xy}
\end{aligned}
$$

- Correlateurs en combinant les propagateurs
  Exemple : le pseudo-scalaire $u\gamma_5\bar{d}$

$$C^{\mu\nu}_{\alpha\beta}(t) = \sum_{\vec{x}} \|S^{\mu\nu}_{\alpha\beta}((t,\vec{x}),0)\|^2$$

Lorsque t devient grand, on a :

$$C(t) \approx e^{-m_{PS}t}$$

Extraction quantités physiques
Champs interpolants nucléon

C matrice de conjugaison de charge

- Proton
  Création
  $$\epsilon_{ijk}(\bar{u}^i C\gamma_5 \bar{d}^j)\bar{u}^k$$
  Destruction
  $$\epsilon_{ijk}(u^i C\gamma_5 d^j)u^k$$
- Neutron
  Création
  $$\epsilon_{ijk}(\bar{u}^i C\gamma_5 \bar{d}^j)\bar{d}^k$$
  Destruction
  $$\epsilon_{ijk}(u^i C\gamma_5 d^j)d^k$$

u, d quarks de valence

Plan

Introduction

Théorie

Pratique

Données

- On récupère les configurations de jauge (produites sur ApeNEXT, BlueGene...) sur une grille de données internationale
- Plusieurs types de fermions disponibles
- Nous avons utilisé les quarks twistés avec u,d dégénérés (Nf=2)
- Simulations avec Nf=2+1+1 prévues

Ordres de grandeur

- En entrée
  - Paramètres utilisés
  - Tailles 24^3x48 (380Mo) et 32^3x64 (1,2Go)
  - $\beta = 3.9$
  - $a\mu = 0.004, 0.0064, 0.0085$ et 0.01

Ordres de grandeur

- En entrée
  - Paramètres utilisés
  - Tailles $24^3 x 48$ (380Mo) et $32^3 x 64$ (1,2Go)
  - $\beta = 3.9$
  - $a\mu = 0.004, 0.0064, 0.0085$ et 0.01
- En sortie
  - Propagateurs (Taille : 3Go et 9,6Go respectivement)
  - Correlateurs (quelques Ko)

La taille de la maille *a* est d'environ 0.087 fm

Conclusion

- Premier résultats encourageants
- Calcul d'autres quantités à venir