



# Convention d'Etude Industrielle



## Modélisation de file sur une grille de calcul

28/03/2008

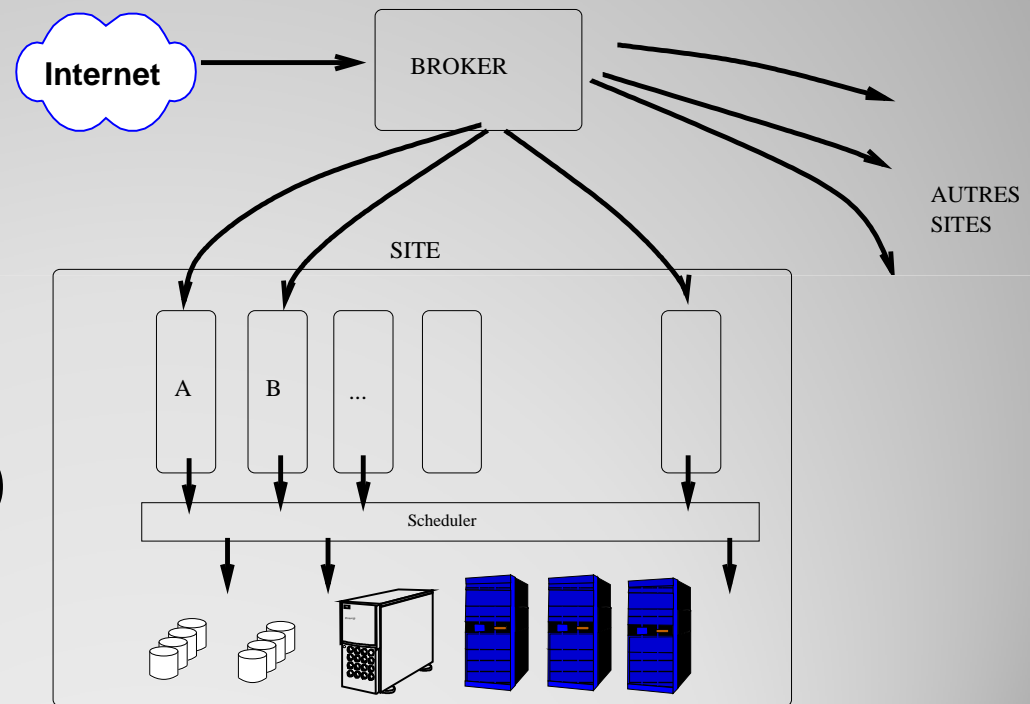
Jonathan Samama, Jonathan Horyn  
Option ISM – 3<sup>ème</sup> année

- SUPELEC : Julien Bect, Emmanuel Vazquez
- LRI : Mme Cécile Germain

# Contexte de l'étude : la grille EGEE

La plus grande grille de calcul au monde :

- ❖ 240 institutions
- ❖ 45 pays
- ❖ 36.000 CPU
- ❖ 5Po de stockage
- ❖ 10.000 utilisateurs
- ❖ 30.000 travaux (jobs) simultanément en moyenne



## Plan de l'étude

Problème posé :  
Caractérisation statistique et modélisation des  
arrivées de jobs et de la charge

1. Vue d'ensemble des données
2. Etude des arrivées
3. Etude de la charge
4. Conclusions et pistes

# 1. Vue d'ensemble des données

## Extraction et présentation des données disponibles

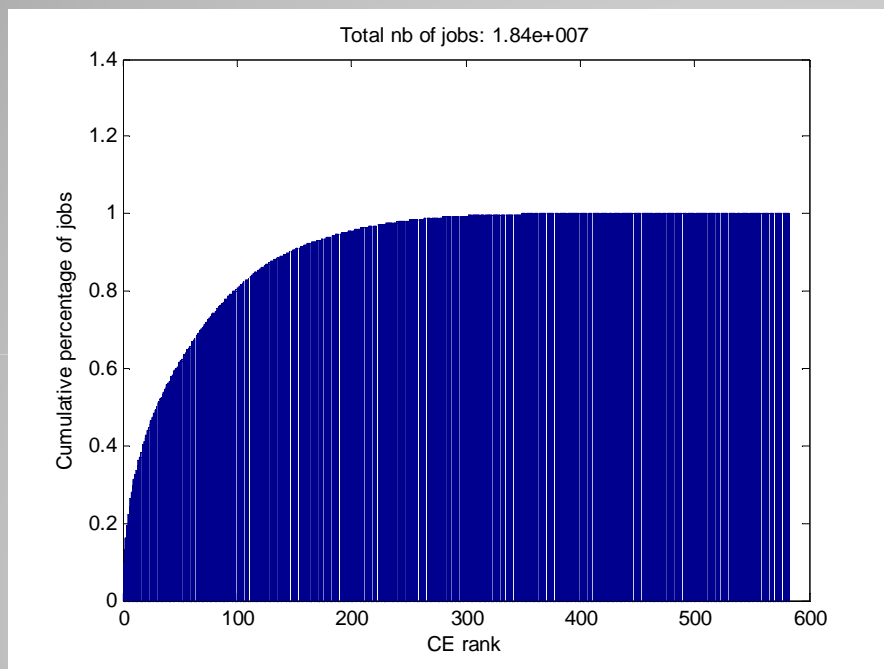
- ❖ 18 millions d'enregistrements (20 Go)
- ❖ Temps nécessaire à l'extraction sous MATLAB : 24h
- ❖ Mise en place d'outils de type BDD pour les requêtes
- ❖ CE / VO / Global ?  
Niveau CE retenu dans cette étude
- ❖ TOP10 des CE (en nb de jobs) = 31% des données

# Extraction et présentation des données disponibles

## ❖ Variables extraites et utilisées dans cette étude

- ❖ temps d'arrivée des jobs
- ❖ temps d'acceptation des jobs
- ❖ temps de début des jobs
- ❖ temps de fin des jobs
- ❖ durée d'exécution des jobs

# Extraction et présentation des données disponibles



**Pourcentage cumulé du nombre de jobs VS rang du CE**

Total nb of jobs: 1.84e+007

1	1808805	unknown
2	626017	ce03-lcg.cr.cnaf.infn.it
3	579353	lcgce01.gridpp.rl.ac.uk
4	573994	cmslcgce.fnal.gov
5	533989	null
6	384298	ce101.cern.ch
7	344855	ce102.cern.ch
8	334431	a01-004-128.gridka.de
9	278836	cclcgceli02.in2p3.fr
10	273774	grid012.ct.infn.it
11	255629	ce01-lcg.cr.cnaf.infn.it
12	226851	ce-fsk.gridka.de
13	224066	gridba2.ba.infn.it
14	206523	lcgce0.shef.ac.uk
15	205255	t2-ce-02.lnl.infn.it
16	179136	ce02.tier2.hep.manchester.ac.u
17	177982	grid-ce0.desy.de
18	176560	fal-pygrid-18.lancs.ac.uk
19	176284	t2-ce-01.to.infn.it
20	174754	hepgrid2.ph.liv.ac.uk
21	165693	ce04.pic.es
22	163281	grid-ce1.desy.de
23	159318	lcg00125.grid.sinica.edu.tw
24	152768	clrlcgce03.in2p3.fr
25	150692	ce01.tier2.hep.manchester.ac.u
26	148762	grid10.lal.in2p3.fr
27	139073	goliath25.farm.particle.cz
28	138202	lcg06.sinp.msu.ru
29	137057	ce02.esc.qmul.ac.uk
30	135185	ce106.cern.ch

**TOP30 des CE par nombre de jobs**

# Caractérisation statistique et modélisation des arrivées de jobs et de la charge



Etude des séries de  
temps inter-arrivées



Etude des séries  
de charge



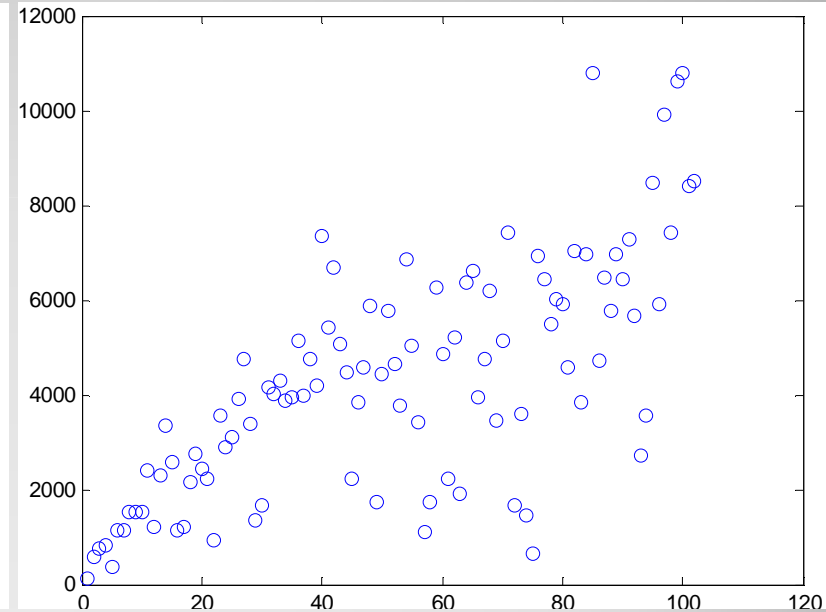
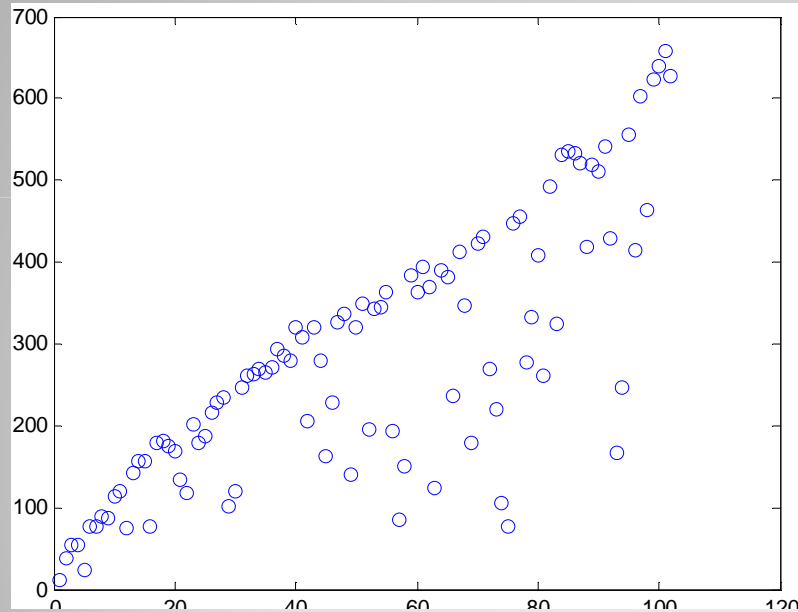
## 2. Etude des arrivées

- a) Statistiques descriptives globales
- b) Etude des valeurs extrêmes des TIA
- c) Non-stationnarité de l'intensité des TA et blancheur des TIA
- d) Bursts dans les TA et diagrammes stalactites

# Statistiques descriptives globales

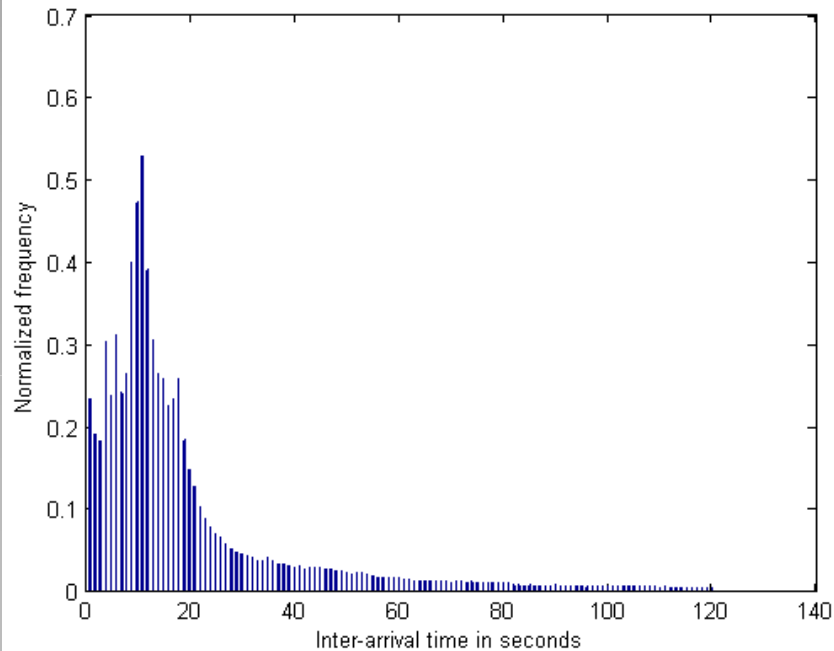
❖ Temps inter-arrivées (TIA)

$$\tau(i) = T_a(i+1) - T_a(i)$$

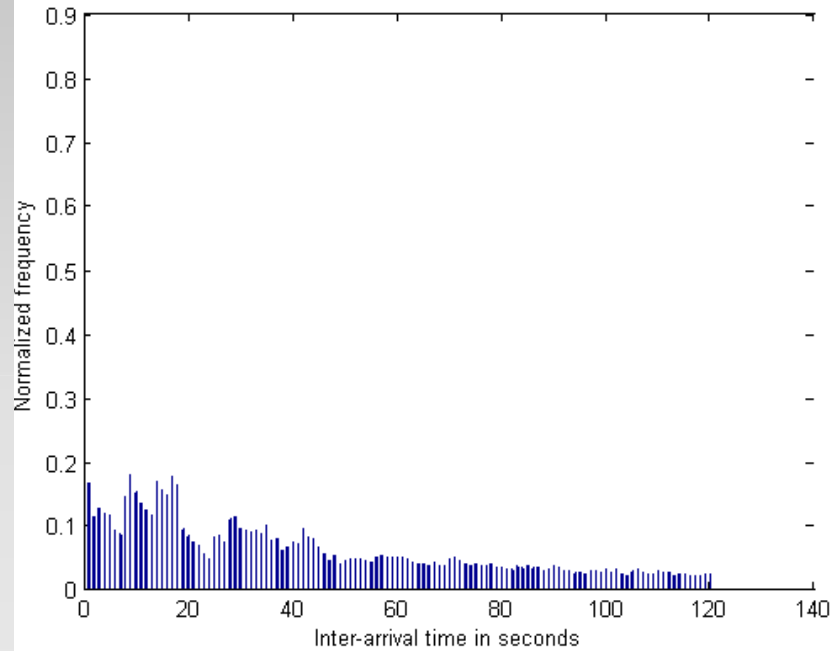


Moyenne et centile à 99% des TIA en fonction du rang du CE

# Statistiques descriptives globales



**CE n°3 ([lcgce01.gridpp.rl.ac.uk](http://lcgce01.gridpp.rl.ac.uk))**  
**Histogramme normalisé de la distribution des temps**  
**inter-arrivées tronquée à 2 minutes**  
**(pourcentage de garde : 92%)**



**CE n°97 ([ramses.dsic.upv.es](http://ramses.dsic.upv.es))**  
**Histogramme normalisé de la distribution des**  
**temps inter-arrivées tronquée à 2 minutes**  
**(pourcentage de garde : 59%)**

## Caractéristique des TIA

- ❖ Difficile de modéliser les TIA par des lois classiques (en particulier, *fit* de loi exponentielle ne convient pas)
- ❖ Comportement extrême significatif de l'inactivité des CE
- ❖ La définition de la queue de distribution résulte d'un compromis
  - ❖ Nb points élevé : risque de prise en compte de points n'appartenant pas à la queue
  - ❖ Nb points faible : problème d'estimation des paramètres du modèle de la queue
- ❖ Choix d'un seuil  $u$  sur les TIA définissant le début de la queue de distribution

## Rappels sur la théorie des valeurs extrêmes

- ❖ La TVE est utile pour :
  - ❖ Modéliser le comportement de la queue de densité des TIA
  - ❖ Modéliser la loi des maximums  $M_n = \max\{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n\}$
- ❖ Soit  $\tau$  la V.A des TIA, la densité  $H$  de  $(\tau - u | \tau > u)$  peut être modélisée par une loi de Pareto généralisée, où  $u$  est un seuil à définir

$$H(y) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\xi y}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{\xi}} & \text{Si } y > 0 \text{ et } 1 + \frac{\xi y}{\sigma} > 0. \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Avec  $\tilde{\sigma} = \sigma + \xi(u - \mu)$ .

- ❖ Paramètres
  - ❖ Paramètre de forme:  $\xi$  (queues lourdes :  $>0$ ;  $\mathcal{N}(0,1)$  :  $=0$ ; bornée :  $<0$ )
  - ❖ Paramètre d'échelle:  $\sigma$  (écart type)
  - ❖ Paramètre de localisation:  $\mu$  (moyenne)

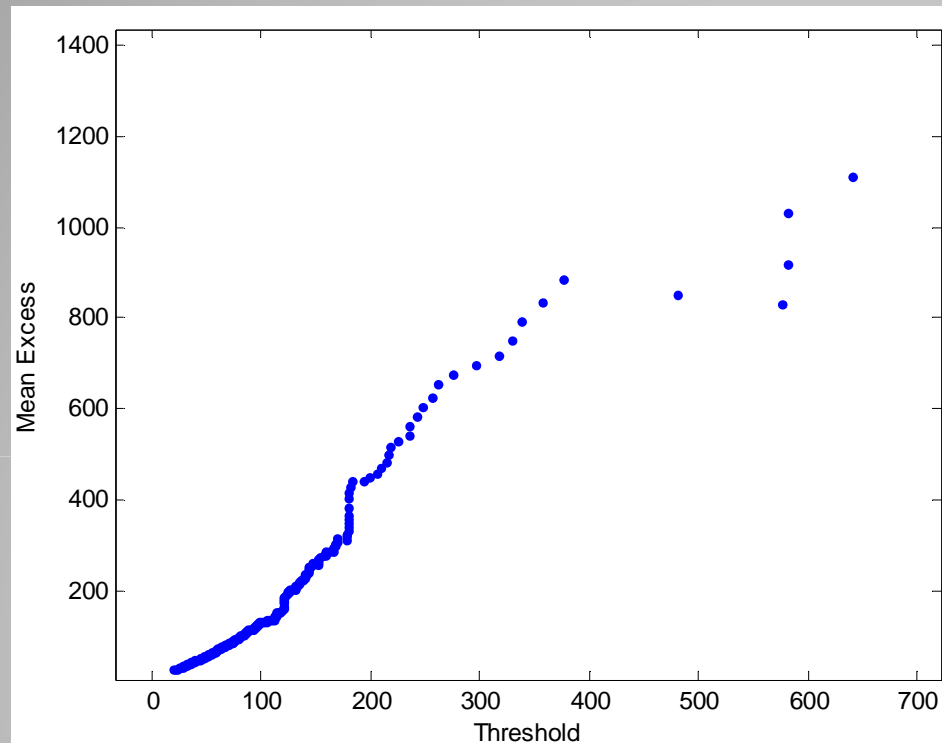
## Modélisation des valeurs extrêmes (I)

- ❖ Si le seuil  $u$  est bien choisi, on a la relation sur l'espérance conditionnelle

$$E(\tau-u|Y>u) = \frac{\beta(u)}{1-\xi} = \frac{\beta(u_0) + \xi u}{1-\xi}$$

- ❖ Linéarité en  $u$  de l'espérance conditionnelle
- ❖ Méthode du Mean Excess Plot (MEP) : estimation empirique de l'espérance conditionnelle
- ❖ Identifier une zone linéaire dans le graphique

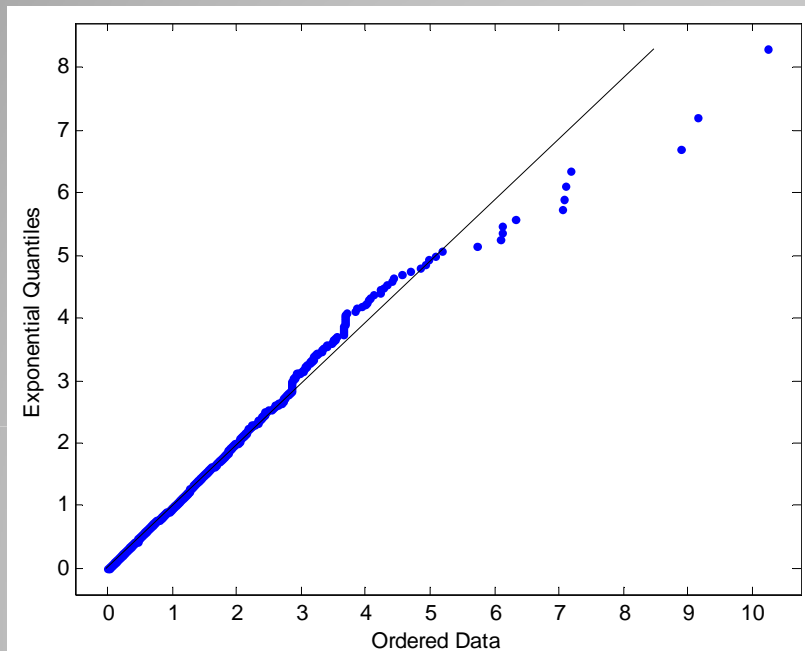
## Modélisation des valeurs extrêmes (II)



**CE n°3 (lcgce01.gridpp.rl.ac.uk)**  
**Mean Excess Plot**

- ❖ Trois zones linéaires
- ❖ On choisit le plus grand seuil possible
- ❖ Conservation d'un nombre de points suffisant pour l'estimation
- ❖ Seuil = 250s → 2000pts

# Modélisation des valeurs extrêmes (III)



**CE n°3 (lcgce01.gridpp.rl.ac.uk)**  
**Quantile Plot : Données VS Pareto "fittée"**

- ❖ Allure linéaire : adéquation satisfaisante entre la queue de distribution des TIA et la loi de Pareto généralisée « fittée »
- ❖ Valeur critique à 95% : 106mins  
Intervalle de confiance [104.45;108.47]



## Modélisation du processus des TA

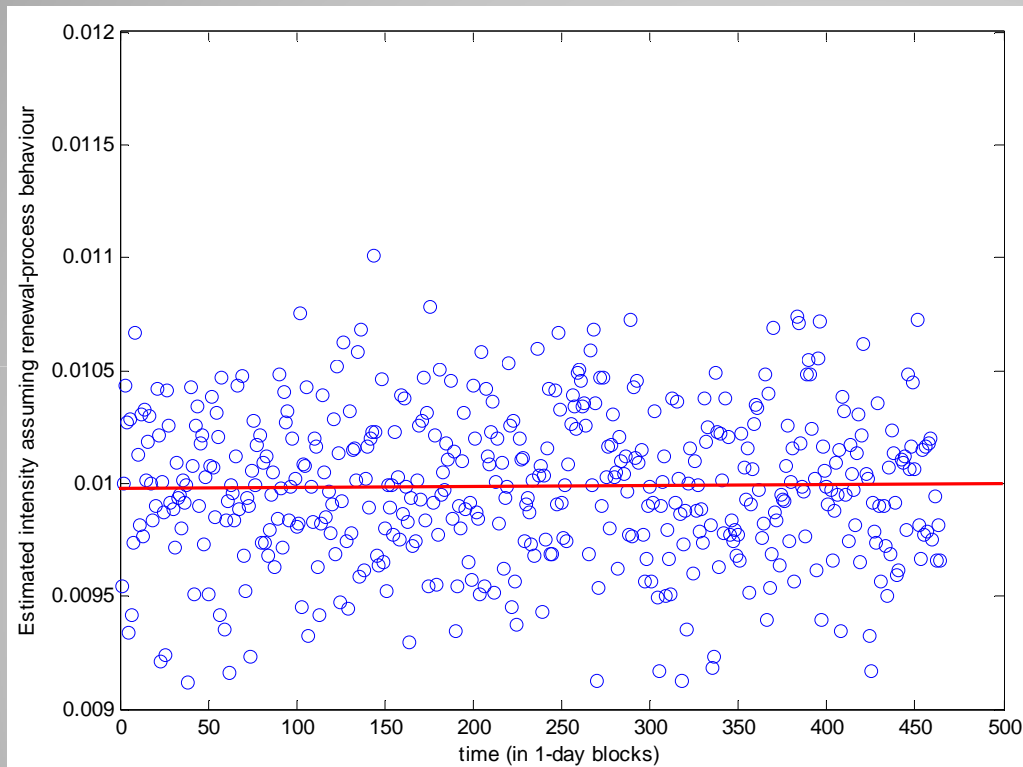
- ❖ Intensité du processus d'arrivées
  - ❖ Inverse de la moyenne des TIA
  - ❖ Horizon de la moyenne : jour, semaine
- ❖ Stationnarité
  - ❖ Moyennes, donc intensités, ne dépendent pas de la position de la fenêtre courante
  - ❖ Exemple de processus stationnaire : processus de Poisson (TIA IID, suivent une loi exponentielle)

Stationnarité de l'intensité des TA

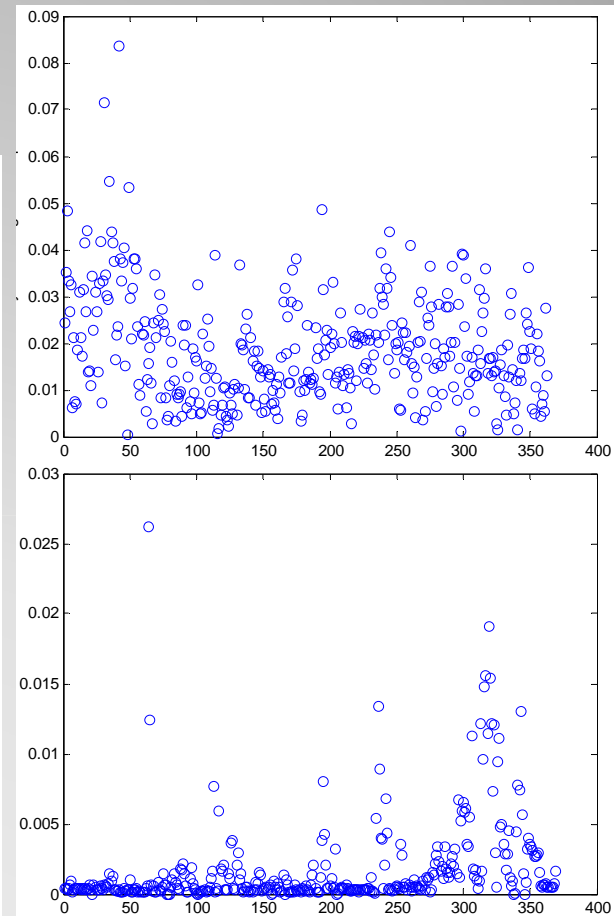
Non-vérifiée sur les CE importants

Eventuellement par plages sur les CE moins importants

# Non-stationnarité de l'intensité des TA



**Processus de Poisson simulé : intensité en fonction du temps**  
(en rouge : intensité vraie =  $10^{-2}$ )



**CE n°3 et n° 97 :**  
**Intensité des TA en fonction du temps**

## Blancheur des TIA

### ❖ Tests de blancheur « portemanteau »

❖  $H_0: \forall k, r_k = \text{cov}(X_t; X_{t+k}) = 0$

❖  $H_1: \exists k_0, r_k = \text{cov}(X_t; X_{t+k_0}) \neq 0$

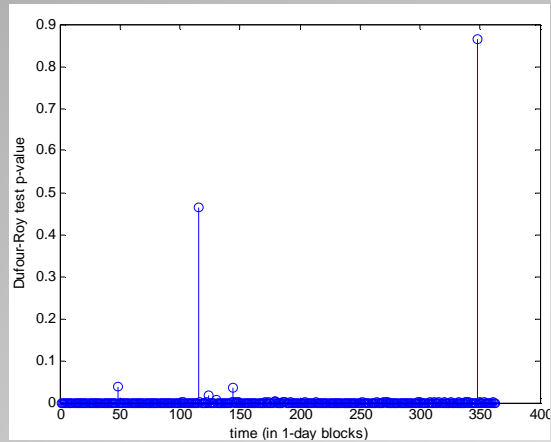
### ❖ Statistiques de test

❖ Box-Pierce (non implémenté) :  $T = \sum r_k^2$

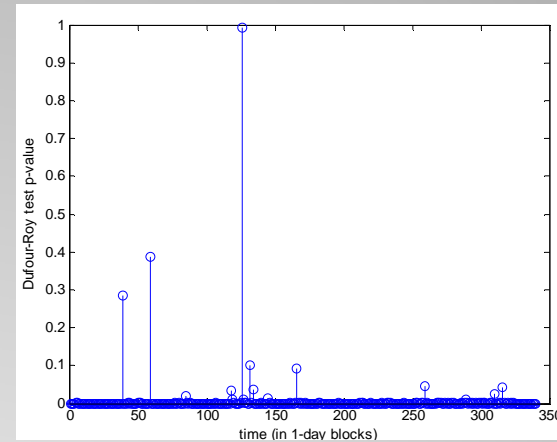
❖ Implémentation d'une statistique de test de rang issue de Dufour-Roy[1985]

Blancheur des TIA à l'échelle de la journée  
Systématiquement rejetée sur les CE importants  
Pas toujours rejetée sur les CE moins importants

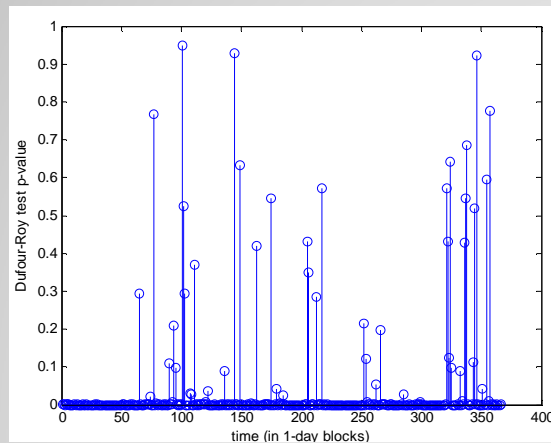
# Blancheur des TIA



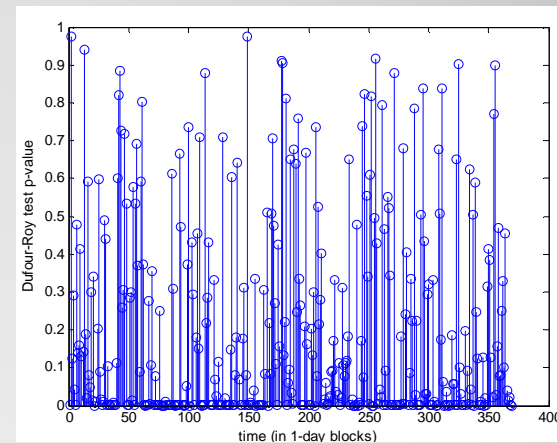
**CE n°3 : p-value du test de blancheur**



**CE n°6 : p-value du test de blancheur**



**CE n°13 : p-value du test de blancheur**

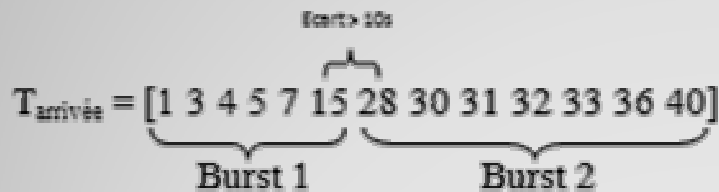


**CE n°97 : p-value du test de blancheur**

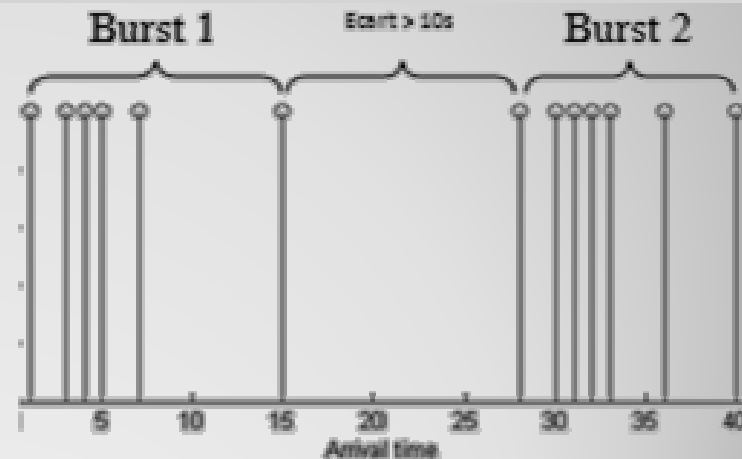
## Bursts des TA

- ❖ Non-stationnarité : échelle d'observation différente, mieux adaptée ?

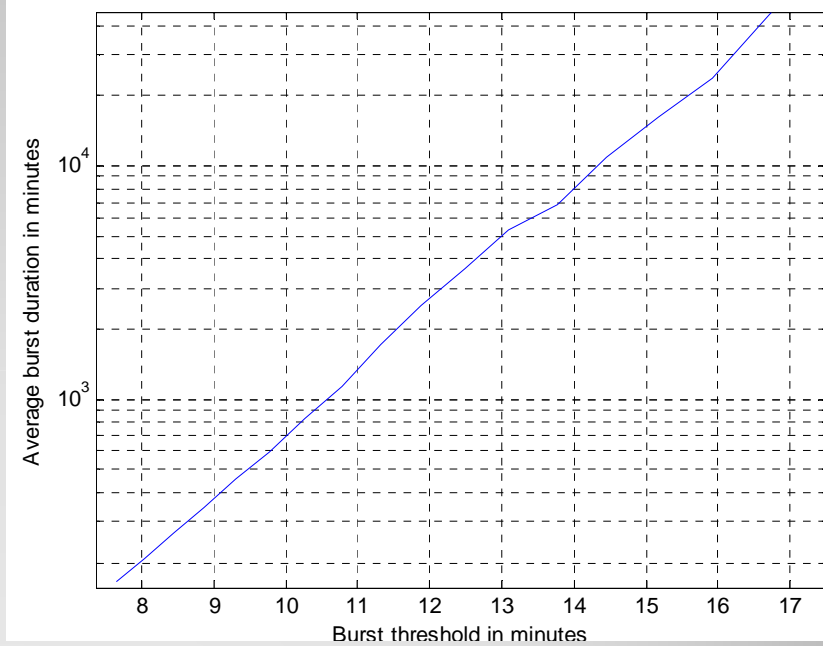
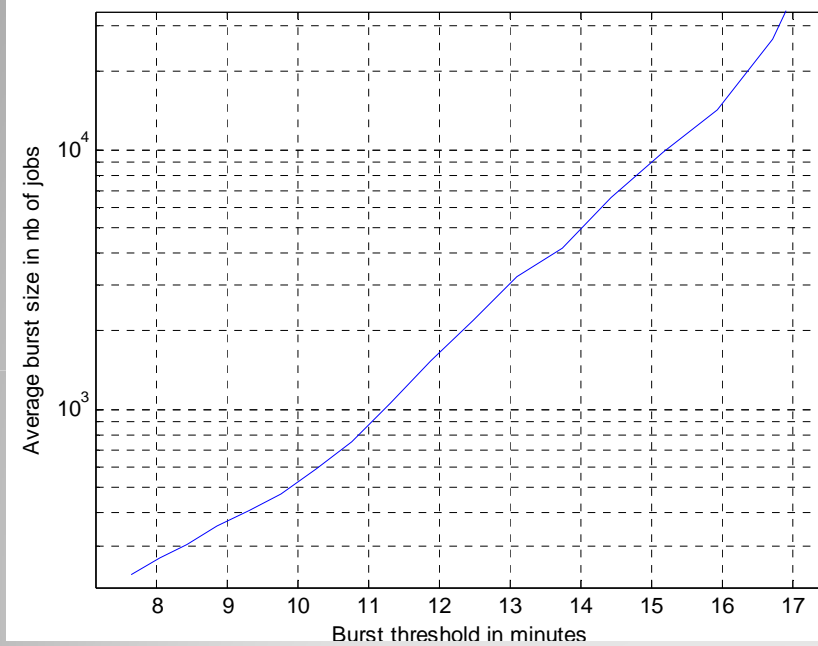
Etant donné un **seuil**, un **burst** contient tous les jobs séparés entre eux par un **temps** plus court que le **seuil**



**Exemple de bursts :**  
6 jobs séparés entre eux de moins de 10s forment un burst, et sont séparés d'un second burst de 7 jobs par un intervalle supérieur à 10s.

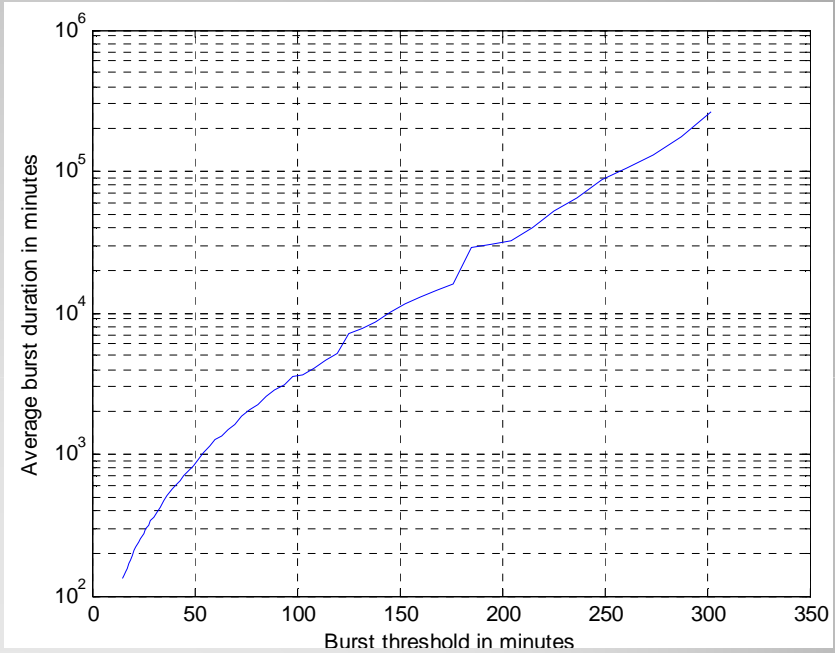
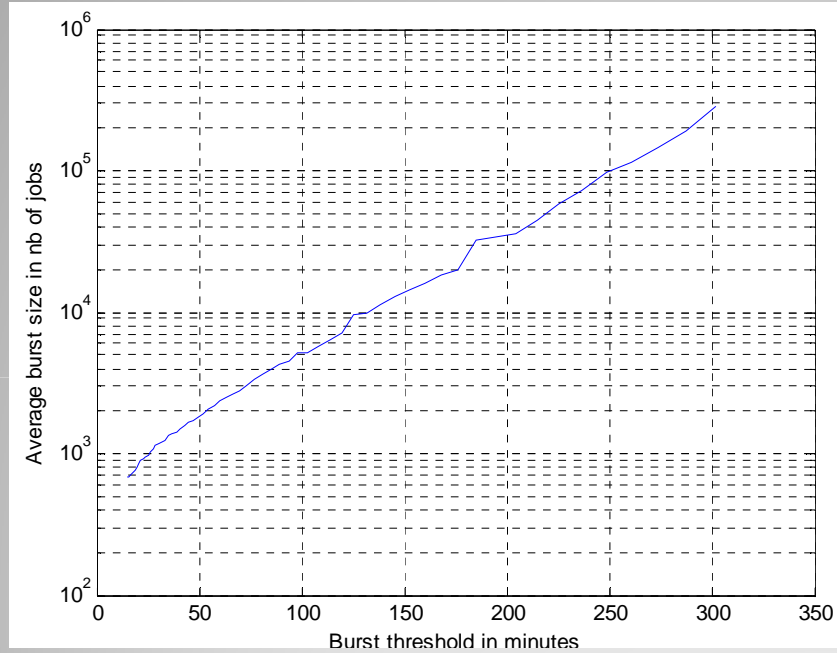


# Bursts des TA



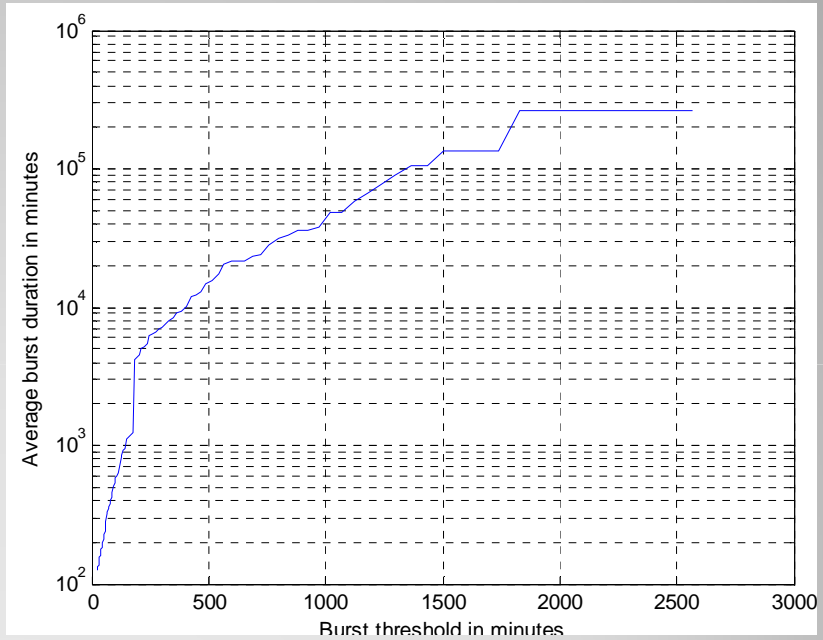
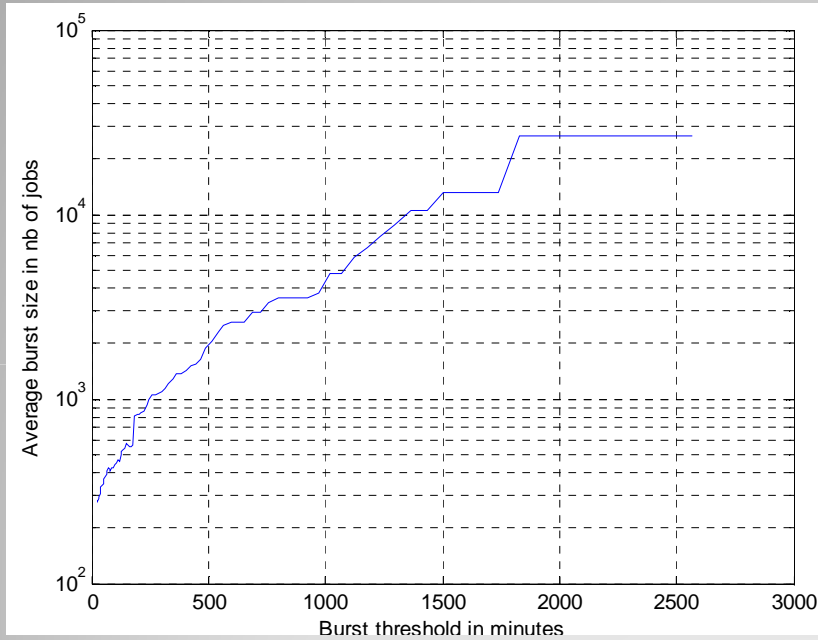
**Processus de Poisson simulé (intensité  $10^{-2}$ ) :  
taille et durée moyenne des bursts VS seuil  
(diagrammes semi-log)**

# Bursts des TA



**CE n°3 ([lcgce01.gridpp.rl.ac.uk](http://lcgce01.gridpp.rl.ac.uk))**  
**Taille et durée moyenne des bursts VS seuil**  
**(diagrammes semi-log)**

# Bursts des TA



**CE n°97 (ramses.dsic.upv.es)**  
**Taille et durée moyenne des bursts VS seuil**  
**(diagrammes semi-log)**



## Bursts des TA

- ❖ Evolution attendue des taille et durée :
  - ❖ Seuil diminue →  
taille du burst (en nb de jobs) diminue
  - ❖ Seuil augmente →  
durée du burst (en secondes) augmente

Taille et durée des bursts en fonction du seuil  
Linéarité approchée sur les CE importants  
Concavité plus importante sur les CE moins importants

## Bursts des TA

- ❖ Intensité des TA des bursts
  - ❖ Inverse de la moyenne des TIA des bursts sur un CE

Intensité des TA des bursts beaucoup plus stationnaire à l'échelle de la semaine

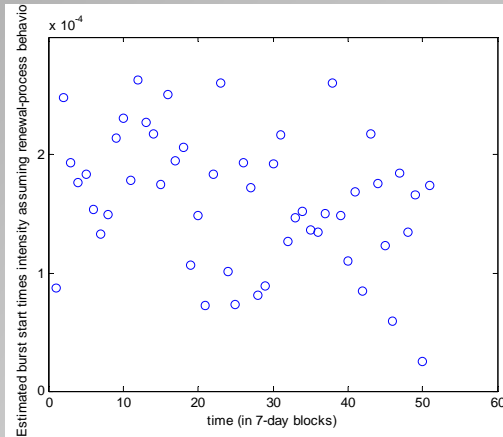
- ❖ Blancheur des TIA des bursts

Hypothèse d'indépendance des TIA des bursts non systématiquement rejetée, même pour des CE importants

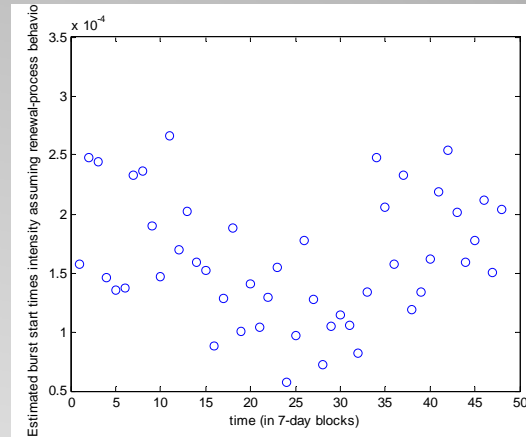


Piste encourageante !

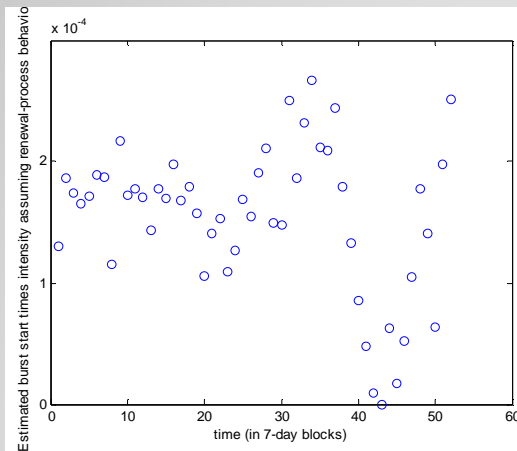
# Intensité des TA des bursts



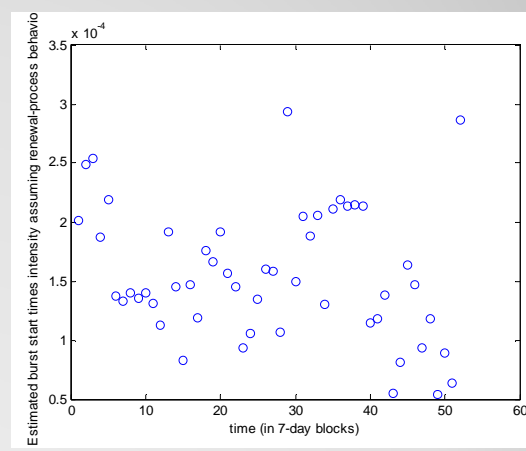
**CE n°3 : intensité des TIA des bursts**



**CE n°6 : intensité des TIA des bursts**

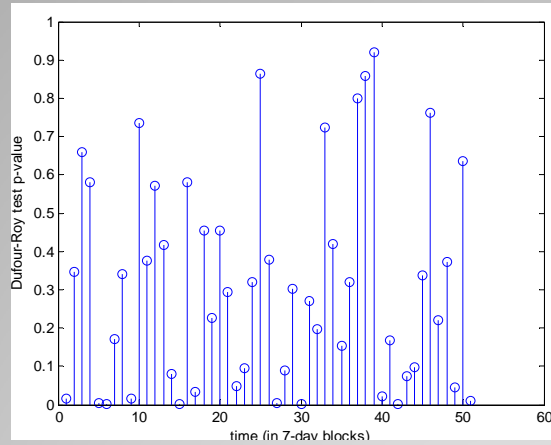


**CE n°13 : intensité des TIA des bursts**

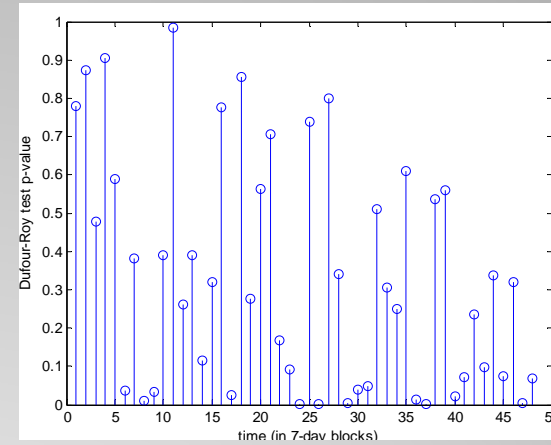


**CE n°97 : intensité des TIA des bursts**

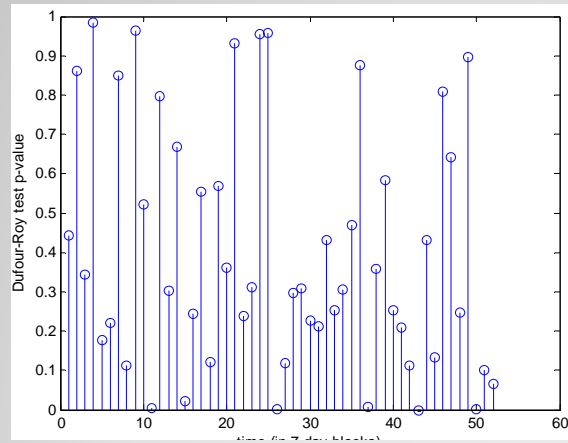
# Blancheur des TA des bursts



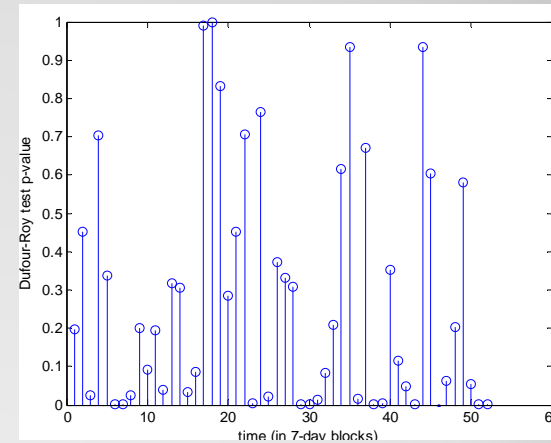
**CE n°3 : p-value du test de blancheur**



**CE n°6 : p-value du test de blancheur**



**CE n°13 : p-value du test de blancheur**



**CE n°97 : p-value du test de blancheur**

## Diagrammes stalactites des TIA

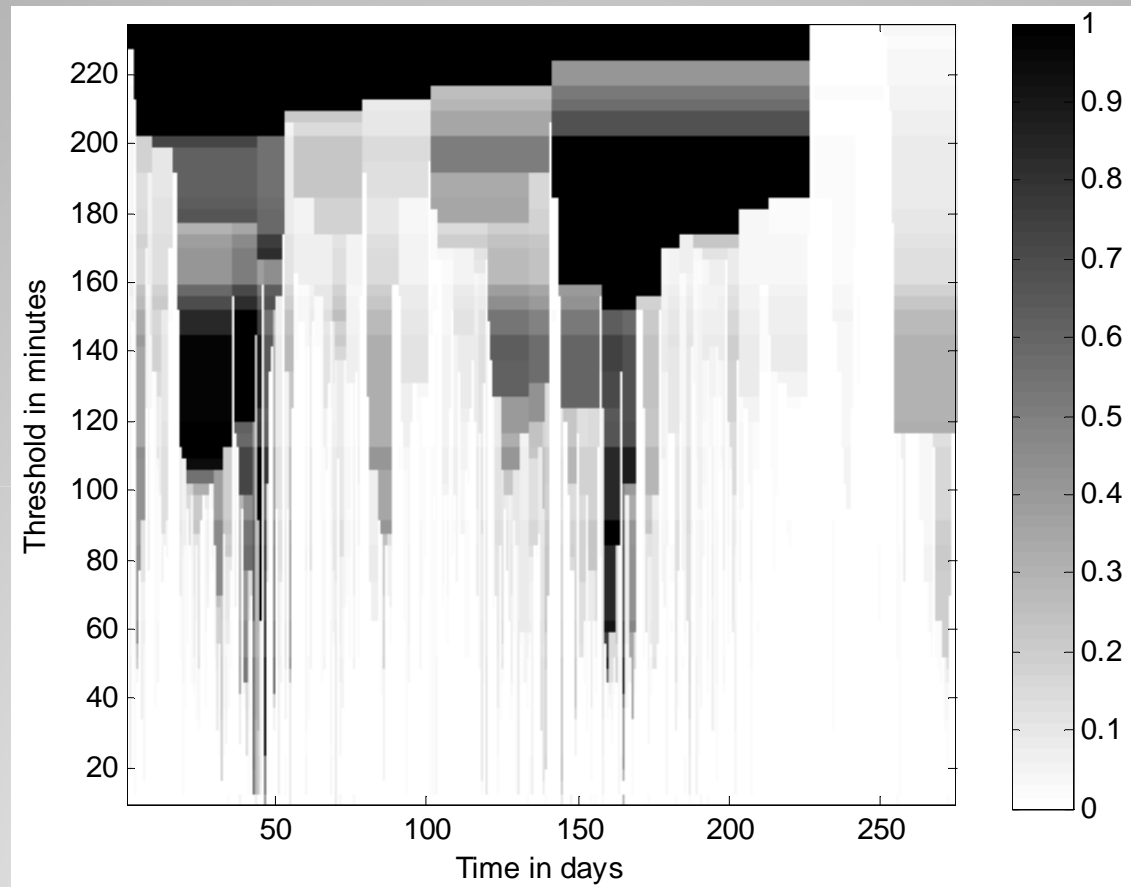
- ❖ Nécessité de représenter plus de données simultanément
  - ❖ Temps
  - ❖ Seuil
  - ❖ Taille du burst
- ❖ Solution proposée : diagrammes stalactites

Lisibilité, interprétation facilitées

Classification des CE utilisant cet outil

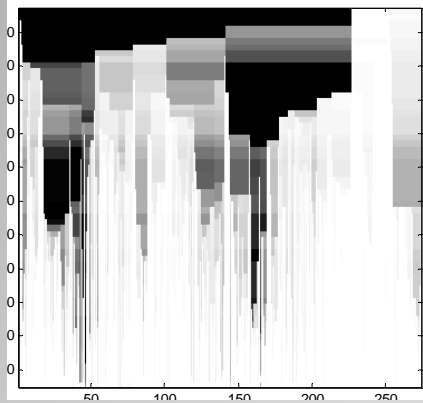
Détection offline de zones d'exceptionnelle densité

# Diagrammes stalactites des TIA



**Diagramme stalactite du CE n°6 (ce101.cern.ch) :**  
**seuil en minutes en ordonnées, temps en jours en abscisses, taille du burst en couleur**

# Diagrammes stalactites des TIA



- ❖ Axe horizontal : temps (jours)
- ❖ Axe vertical : seuil (minutes)
- ❖ Couleur : taille du burst (# jobs)

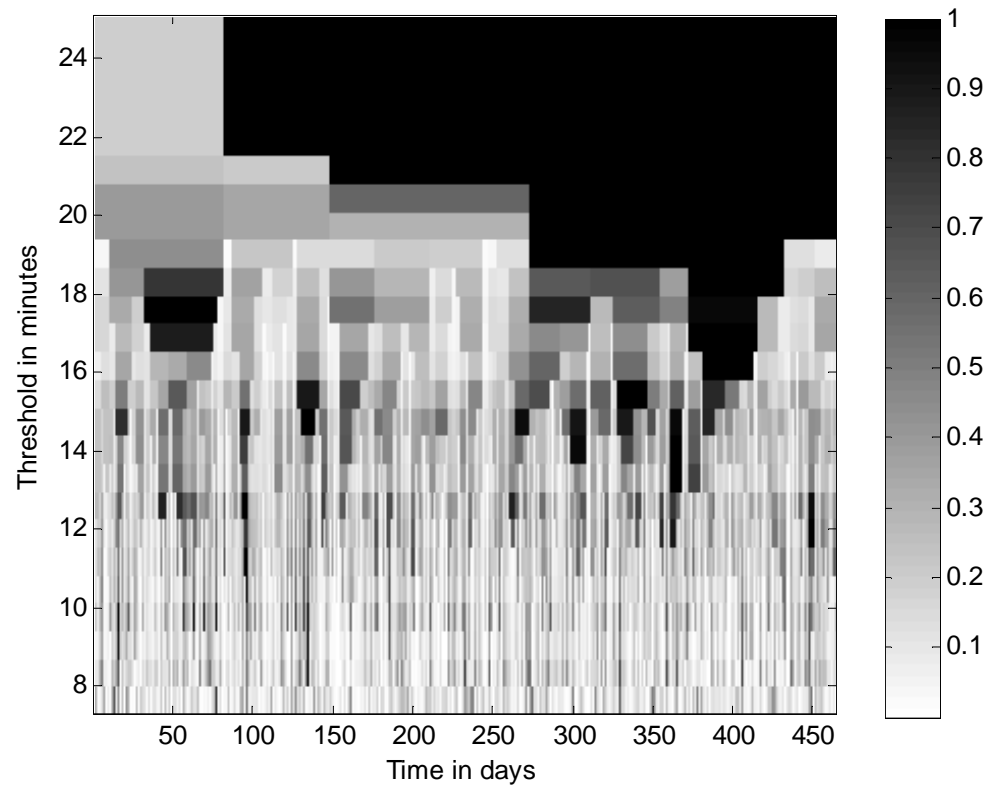
Note : la couleur est normalisée par ligne

- ❖ Comment lire un diagramme stalactite :
  - ❖ Sur chaque ligne, une zone claire indique un burst de petite taille, une zone foncée représente un burst plus dense
  - ❖ Les traînées noires verticales indiquent des bursts qui ne sont pas divisés par division progressive du seuil

## Interprétation

Plus on divise le **seuil**, plus les jobs sont répartis dans des **bursts** plus courts, SAUF pour certains "stalactites"

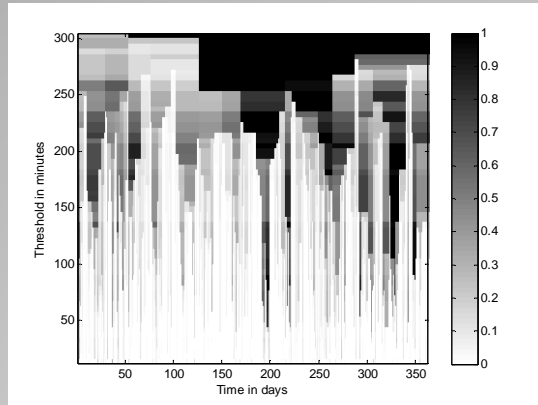
# Diagrammes stalactites des TIA



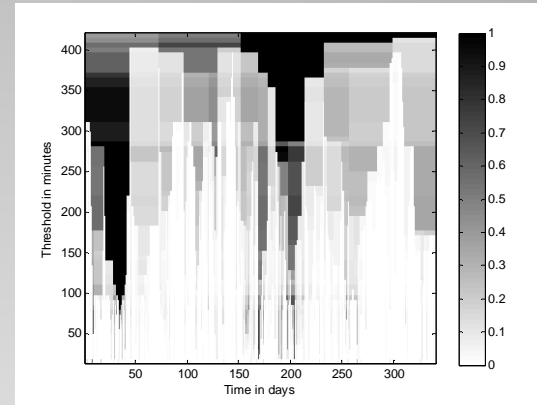
**Diagramme stalactite du processus de Poisson simulé (intensité  $10^{-2}$ ) :  
seuil en minutes en ordonnées, temps en jours en abscisses, taille du burst en couleur**



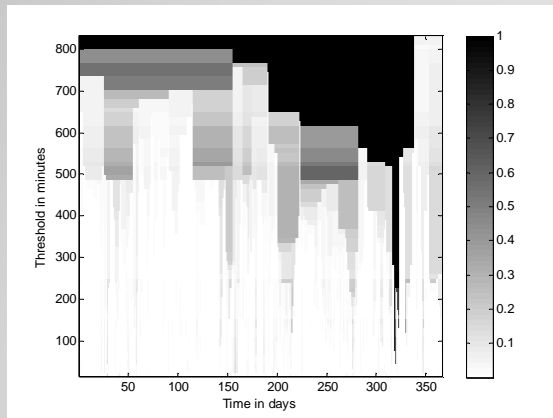
# Diagrammes stalactites des TIA



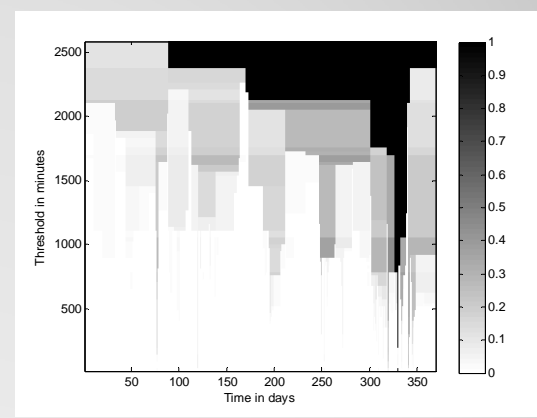
**CE n°3 : diagramme stalactite**



**CE n°6 : diagramme stalactite**



**CE n°13 : diagramme stalactite**



**CE n°97 : diagramme stalactite**

## Conclusions sur les temps d'arrivées

- ❖ Distinction importante entre **TA courts** et **valeurs extrêmes**
- ❖ Caractéristiques inadaptées à une modélisation simple à l'échelle des **jobs**
- ❖ Echelle des **bursts** semble plus adaptée (stationnarité, blancheur)
- ❖ Représentation **stalactites** pour diagnostic facilité

Caractérisation statistique et modélisation  
des arrivées de jobs et de la charge



Etude des séries de  
temps inter-arrivées



Etude des séries  
de charge

### 3. Etude de la charge

- a) Utilisation de la charge
- b) Pré-traitement des données
- c) Caractéristiques de la charge
- d) Modélisation par un ARCH
- e) Modélisation par un GARCH

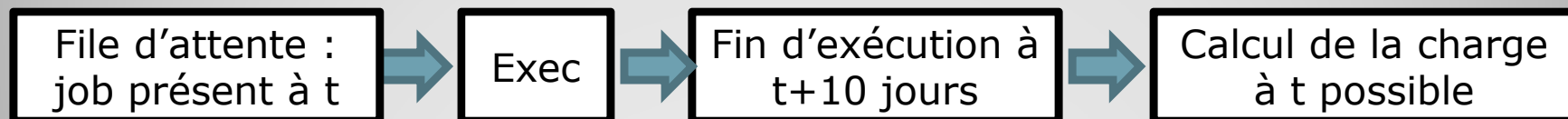
## Utilisation de la charge

- ❖ Charge

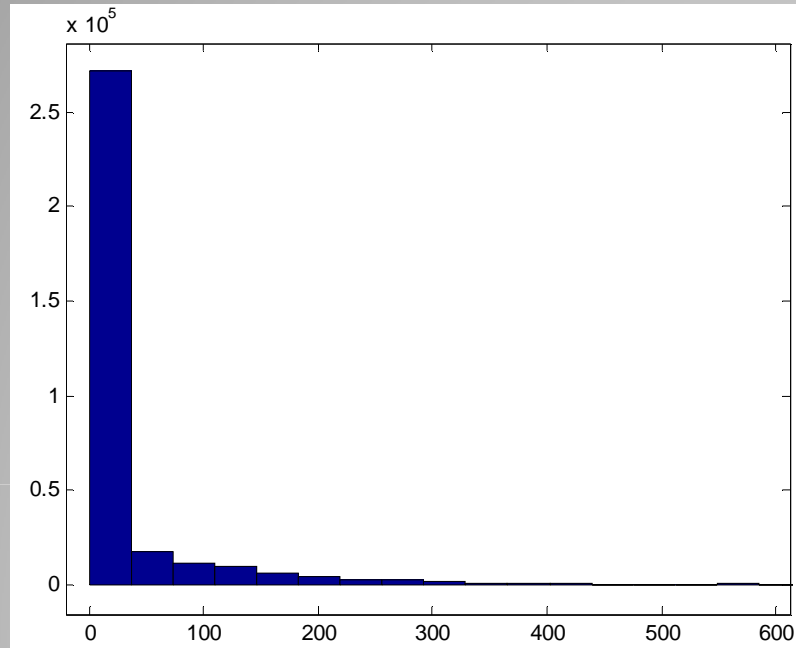
Somme des temps d'exécution des jobs dans la file d'attente du CE

- ❖ Echantillonnage de la charge toutes les 30min

- ❖ A l'instant  $t$ , le broker doit connaître la charge sur les différents CE afin de pouvoir répartir les jobs.



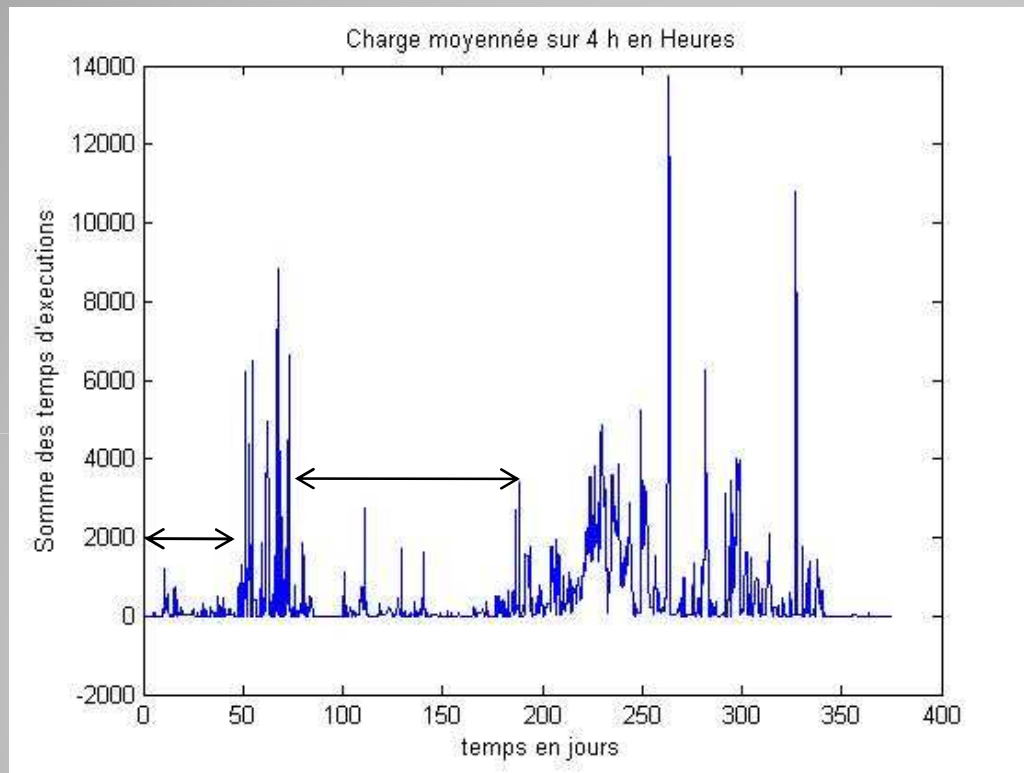
## Utilisation de la charge



**CE n°6**  
**Histogramme des temps d'attente dans la file**  
**(+ temps d'exécution)**

- ❖ Quantile à 95% : 10 jours
- ❖ Prédiction à plusieurs jours nécessaire
- ❖ Faible corrélation des temps d'exécution moyens, étude menée par E. Vazquez

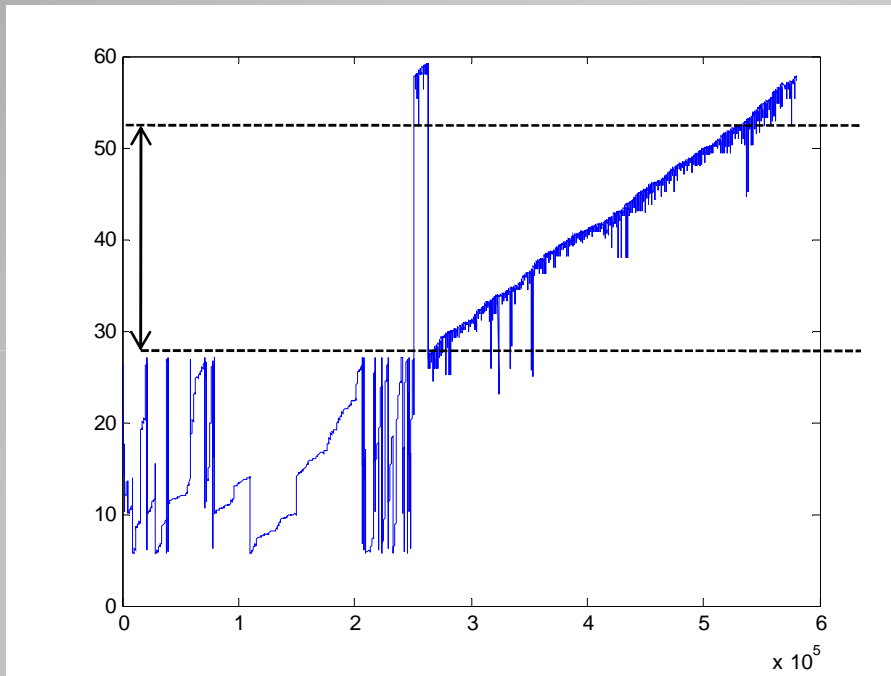
# Pré-traitement des données



**CE n°3 (lcgce01.gridpp.rl.ac.uk)**  
**Allure de la charge moyennée sur 4h**

- ❖ Charge très faible sur certaines périodes
- ❖ Approche locale : fenêtrage de la charge

# Pré-traitement des données

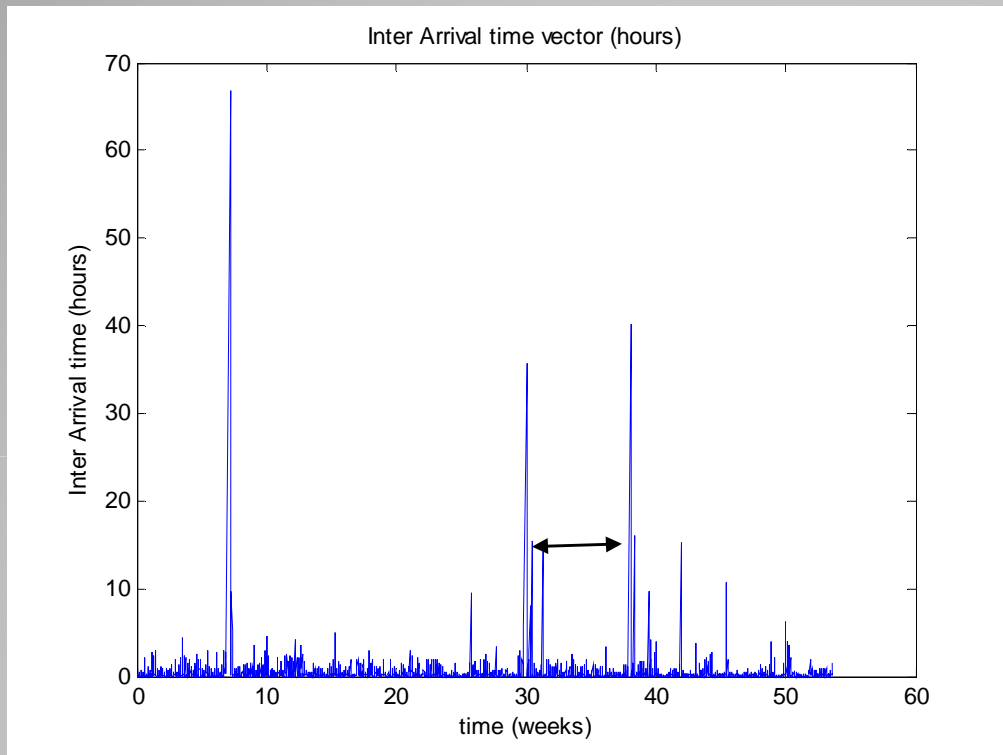


**CE n°3 (lgce01.gridpp.rl.ac.uk)**  
**Temps d'arrivées**

- ❖ Jobs classés par temps de fin d'exécution
- ❖ Partie linéaire
  - ❖ Données enregistrées chronologiquement
  - ❖ Exploitation de cette période uniquement



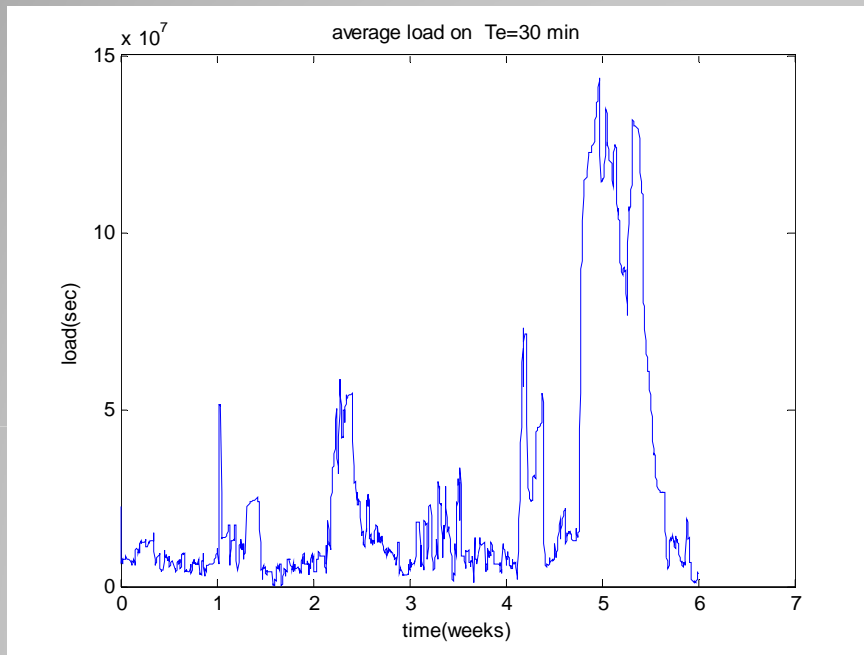
# Pré-traitement des données



- ❖ On étudie sur une fenêtre où l'inactivité du CE n'a pas dépassé quelques heures.
- ❖ Etude propre à chaque CE
- ❖ Charge moyennée sur 30min pour l'étude

**CE n°3 (lgce01.gridpp.rl.ac.uk)**  
**Temps d'arrivées**

# Caractéristiques de la charge (I)

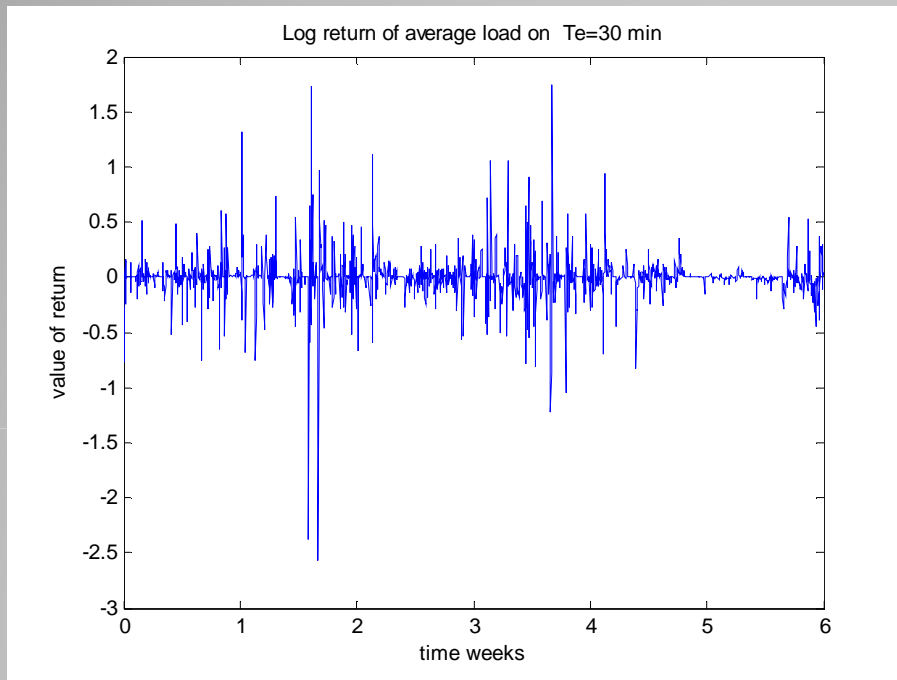


❖ Allure similaire aux séries financières: hétéroscédasticité.

➔ Modélisation GARCH

**CE n°3 (lcgce01.gridpp.rl.ac.uk)**  
**Allure de la charge moyennée sur 30min**

## Caractéristiques de la charge (II)



- ❖ Soit  $X_n$  la charge moyenne à l'instant  $n$ , on définit les log returns  $Y_n$  par :

$$Y_n = \log\left(\frac{X_{n+1}}{X_n}\right)$$

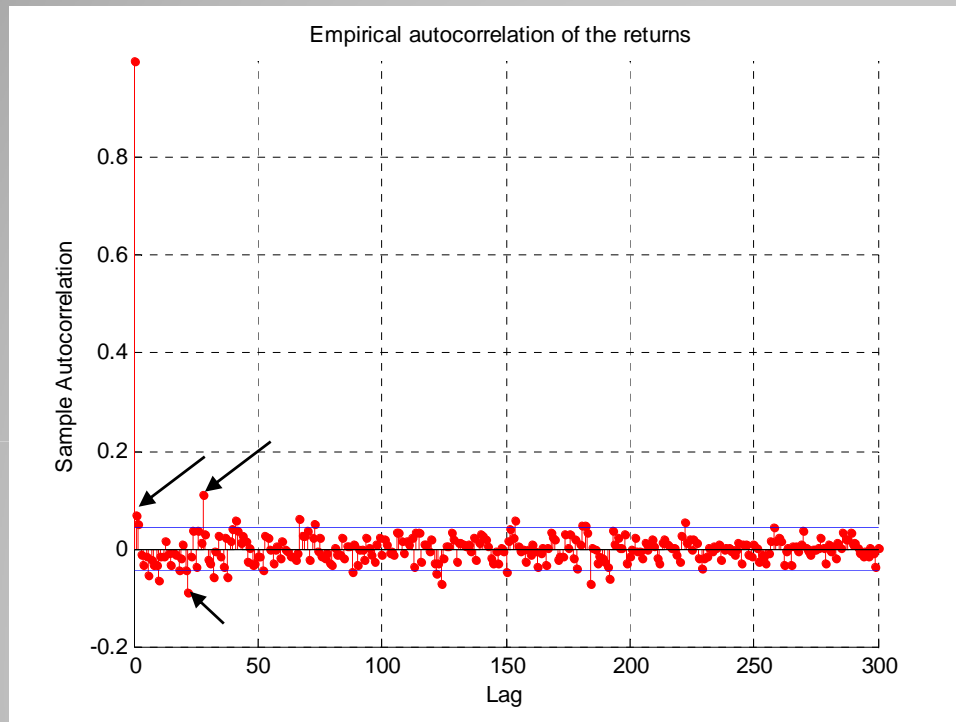
- ❖  $Y_n$  quantifie la variation de la charge  $X_n$

**CE n°3 ([lcgce01.gridpp.rl.ac.uk](http://lcgce01.gridpp.rl.ac.uk))**  
**Allure des log-returns de la charge moyennée sur 30min**

## Caractéristiques de la charge (III)

- ❖ Propriétés des séries modélisées par un GARCH
  - ❖ Comportement hétéroscédastique
  - ❖ Faible corrélation sur  $Y_n$  .
  - ❖ Forte corrélation sur  $Y_n^2$  .

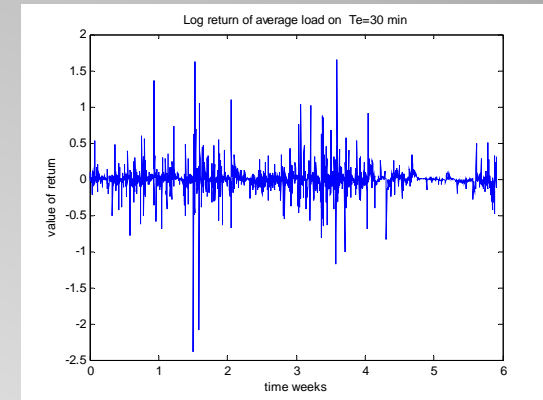
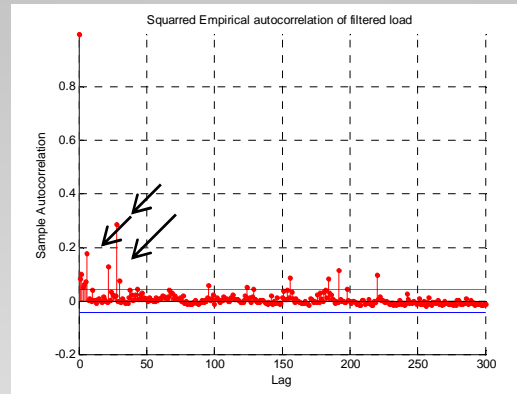
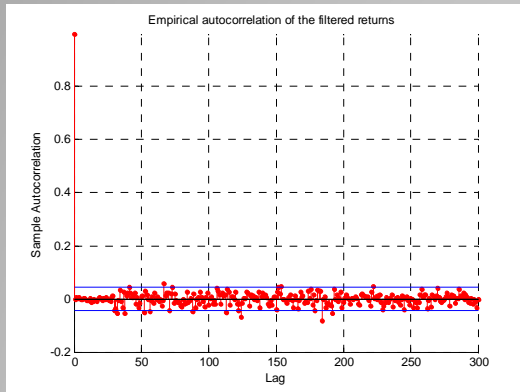
## Caractéristiques de la charge (IV)



**CE n°3 ([lcgce01.gridpp.rl.ac.uk](http://lcgce01.gridpp.rl.ac.uk))  
Allure des log-returns de la charge moyennée sur 30min  
Intervalles de confiance (bleu)**

- ❖ Présence de corrélation sur la série des  $Y_n$
- ❖ Filtrage AR préalable des données.
- ❖ Choix de l'ordre du filtre:  $\sim 28$
- ❖ Résidus  $Z_n$  doivent vérifier les propriétés du modèle GARCH.

# Caractéristiques de la charge (V)



**Allure des log-returns de la charge moyennée sur 30 mins**

**Allure du carré des log-returns de la charge moyennée sur 30 mins**

**Allure des log-returns de la charge moyennée sur 30 mins**

❖ Absence de corrélation sur la série des  $Z_n$ .

❖ Présence de corrélation sur la série des  $Z_n^2$ .

❖ Hétéroscédasticité conservée.

# Modélisation ARCH (I)

- ❖ La série chronologique  $Z_n$  est appelée série ARCH(p) si  $Z_n$  vérifie

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_n = \sigma_n \varepsilon_n \\ \sigma_n^2 = a_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i Z_{n-i}^2 \\ \text{où } \alpha_i > 0 \text{ pour } i > p \text{ et } a_0 \geq 0 \text{ et } \varepsilon_n \text{ est une suite de VA centrée IID} \end{array} \right.$$

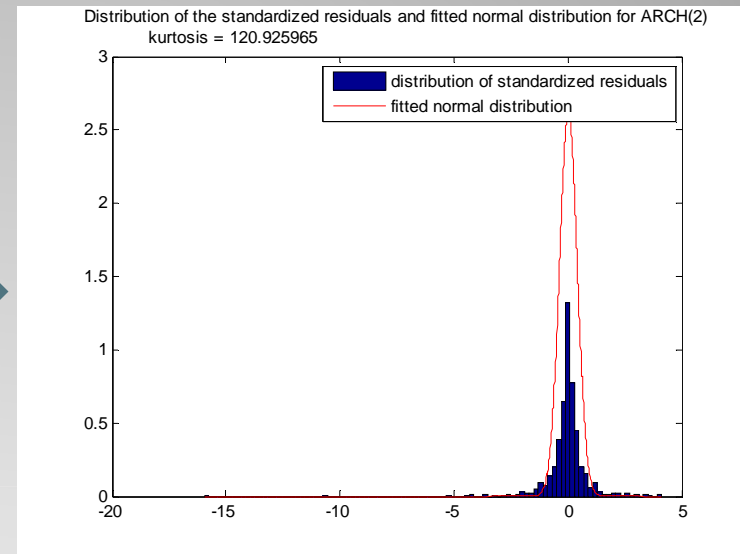
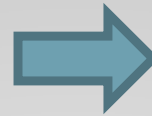
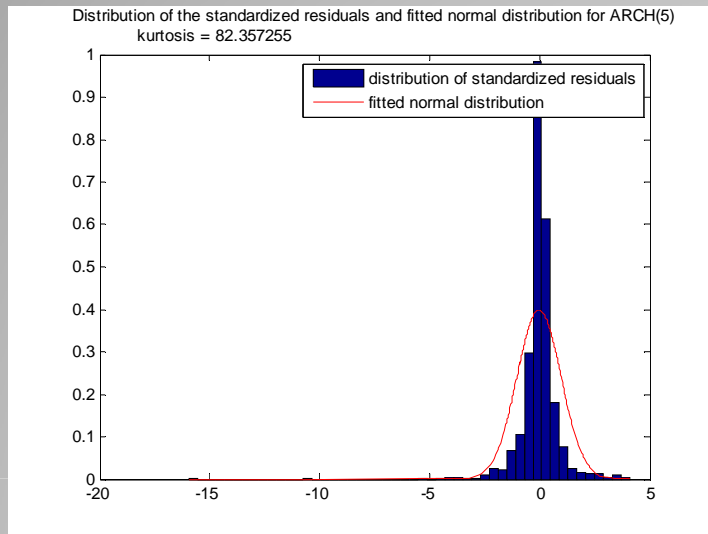
- ❖ On modélise la variance  $\sigma_n^2$  conditionnellement aux observations passées de la série
- ❖ Analogie:  $|Z_n| \sim \text{vitesse}(\Delta \text{Charge})$ ;  $\sigma_n \sim \text{accélération}(\Delta \text{returns})$

## Modélisation ARCH (II)

- ❖ Choix de l'ordre du modèle : 1 à 20 (limitation convergence de l'estimation)
- ❖ Choix du type de bruit  $\varepsilon_n$  :
  - ❖ Loi normale
  - ❖ Loi de Student
- ❖ Modélisation – Validation :  $\frac{Z_n}{\sigma_n} = \varepsilon_n$ 
  - ❖ Estimation des paramètres du modèle à ordre et bruit fixés.
  - ❖ Test des résidus normalisés :
    - ❖ Tests sur la variance par blocs : Test de Bartlett
    - ❖ Tests d'adéquation de Loi : Kolmogorov-Smirnov
    - ❖ Tests de normalité : Shapiro-Francia, Lilliefors



# Modélisation ARCH (III)



**Allure des densités empirique des résidus normalisés et fit de la densité normale pour un ARCH(5)**

- ❖ Modèle non adapté : rejet par tous les tests
- ❖ Kurtosis élevé → loi de STUDENT pour  $\varepsilon_t$

**Allure des densités empirique des résidus normalisés et fit de la densité STUDENT pour un ARCH(5)**

- ❖ Modèle semble mieux adapté mais rejet par tous les tests
- ❖ Orientation vers le modèle GARCH

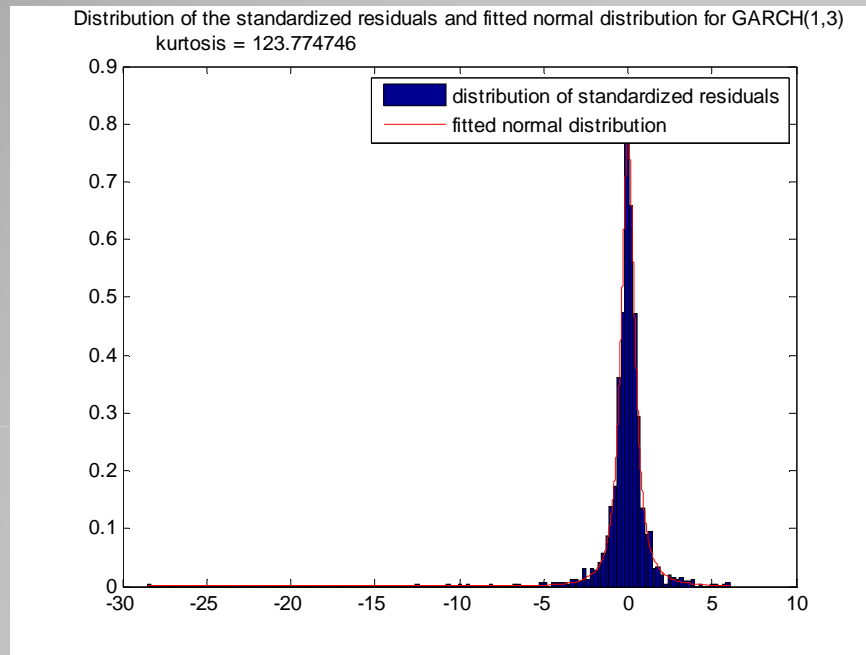
## Modélisation GARCH (I)

- ❖ La série chronologique  $Z_n$  est appelée série GARCH(p,q) si  $Z_n$  vérifie

$$\left\{ \begin{array}{l} Y_n = \sigma_n \varepsilon_n \\ \sigma_n^2 = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i Y_{n-i}^2 + \sum_{j=1}^q b_j \sigma_{n-j}^2 \\ \text{où } a_p > 0 \text{ } b_q > 0 \text{ et pour } i < p \\ a_i \geq 0, b_j \geq 0 \text{ et } \varepsilon_n \text{ est une suite de VA centrée IID} \end{array} \right.$$

- ❖ Il s'agit d'un modèle ARCH auquel on a ajouté partie autorégressive sur la variance conditionnelle  $\sigma_n^2$

# Modélisation GARCH (II)



**Allure des densités empirique des résidus normalisés  
et fit de la densité STUDENT pour un GARCH(1,3)**

- ❖ Le choix de l'ordre s'effectue empiriquement :  $p, q < 5$
- ❖ On ne rejette plus les tests d'adéquation à la loi de STUDENT pour un GARCH(1,3)

## Conclusions et pistes de recherche

- ❖ Essentiellement découverte et analyses simples des données
- ❖ Temps inter-arrivées
  - ❖ Pistes de modélisation si choix de l'échelle adapté
  - ❖ Valeurs extrêmes : intérêt pour le diagnostic de pannes, etc.
- ❖ Charge
  - ❖ Etude préliminaire avec outils de séries chronologiques classiques – utilisation possible des modèles APGARCH
  - ❖ Pas de résultat de prédiction (dans cette étude)