

Simulation de mouvements de foules

Bertrand Maury

Laboratoire de Mathématiques d'Orsay, Université Paris Sud 11

S. Faure, J.B. Lagaert, A. Lefebvre, J. Venel

Orsay, juin 2014

RAPIDE SURVOL DU CALCUL AU LMO

ÉQUIPE PROBA-STAT (B. AUDER, Y. MISITI) :

Classification, étude de modèles à effets mixtes (pharmacologie),

Logiciels R, Scilab, Matlab, codes en C.

ÉQUIPE ANEDP (S. FAURE, L. GOUARIN) :

Solveurs fluides :

Mélanges fluide-grains, approche de type domaine fictif (B. Fabrèges, L. Gouarin, B.M)

Solveur Lattice Boltzman (L. Gouarin, B. Graille)

Écoulements en milieux poreux (J.B. Apoung Kamga, D. Hilhorst)

Schémas numériques pour les écoulements compressibles (F. Lagoutière)

Couplage méthodes spectrales et particulaires pour des écoulements fluides couplés avec une équation de transport-diffusion (J.B. Lagaert)

Écoulements granulaires (S. Faure, A. Lefebvre, B.M.)

Modélisation de mouvements de foules (S. Faure, J.B. Lagaert, A. Lefebvre, B.M., J. Venel)

MÉTHODE D'EXTENSION RÉGULIÈRE POUR LES ÉCOULEMENTS FLUIDES GRAINS (B. FABRÈGES, L. GOUARIN, B.M.)

Résolution du problème de Stokes couplé avec grains rigides mobiles (application aux écoulements physiologiques)

Code éléments finis sur grille cartésienne

Utilisation de la librairie PETSc

Multigrille géométrique comme préconditionneur par défaut (mais très flexible car on peut tester ce que l'on veut comme méthode avec PETSc)

Approche matrix free (très peu d'espace mémoire)

Extension actuelle à la prise en compte de structures fines (nage de bactéries + flagelles), de

Perspective à court terme : étude de scalabilité du code sur la Blue Gene Q pour un maillage 1024^3 .

Exemple : sedimentation (7500 spheres, 256^3 mesh, 120 node architecture, PETSc framework)

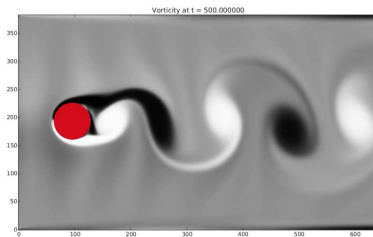
LATTICE BOLTZMAN POUR NAVIER STOKES (L. GOUARIN, B. GRAILLE)

pyLBM, écrit en Python, permet de tester très rapidement et très simplement de nouveaux schémas décrits par l'utilisateur sous forme symbolique (aide au développement de schémas numériques).

à l'exécution, génération d'un code sous différentes formes et différentes optimisations (numpy, cython, numba, mpi, cuda, ...).

Exécution sur machine sur machines de bureau ou des clusters de calcul avec une composante hybride (GPU + CPU).

Possibilité de construire des domaines de calcul complexes à l'aide de géométries simples.



MODÉLISATION DE MOUVEMENTS DE FOULES

Principes généraux :

Population (collection) d'individus dont le mouvement est régi par

- des projets purement individuels, qui peuvent être les mêmes (personnes interchangeables) ou distincts (ex. : adultes informés qui cherchent à sortir au plus vite d'un bâtiment, enfants qui cherchent à rester près de leurs parents). Cet aspect peut dépendre de facteurs extérieurs (signalétique statique ou dynamique, consignes de personnels de sécurité, ...).
- des tendances sociales : l'individu adapte son comportement en fonction de la perception qu'il a de son environnement immédiat. Il peut s'agir de la position de ses voisins, ou du *comportement* des personnes autour de lui. Ces tendances peuvent être arrangeantes (politesse), non arrangeantes (agressivité), tactiques (contournement de zones saturées, choix d'une issue plus éloignée mais moins saturée), ...
- des interactions directes (contact physique) entre individus : la densité de gens ne peut dépasser une certaine valeur, et les champs d'évacuation usuels ont tendance à *concentrer*, donc augmenter la densité de gens, en amont des sorties. Ces contacts sont évités (tendances sociales à préserver une distance minimale avec ses voisins) en situation normale, mais peuvent advenir en situation critique : lieu exigü saturé (métro, ascenseur), évacuation d'urgence, panique.

CONGESTION DURE, APPROCHE MICRO

(avec S. Faure, A. Lefebvre & J. Venel)

On considère N individus identifiés à des **disques rigides**

$$\mathbf{q} = (\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_N) \in \mathbb{R}^{2N}$$

dans une pièce.

$\mathbf{U} = (\mathbf{U}_1, \dots, \mathbf{U}_N)$ est la collection des vitesses souhaitées.

Comportement glouton, personnes interchangeables : $\mathbf{U}_i = \mathbf{U}_0(\mathbf{q}_i)$

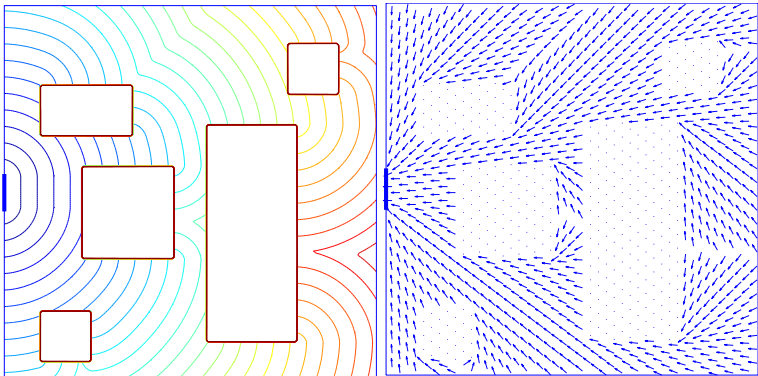
Evolution en situation diluée (sans congestion)

$$\frac{d\mathbf{q}}{dt} = \mathbf{U}(\mathbf{q})$$

Exemple : $\mathbf{U}_0 = -\nabla D$ (distance géodésique à la sortie) :

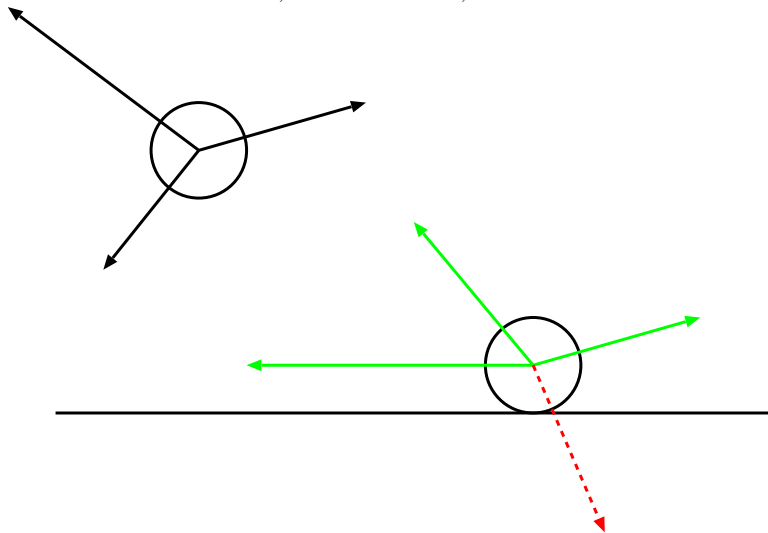
$$\frac{d\mathbf{q}}{dt} = -\nabla\Phi(\mathbf{q}) \quad \text{with} \quad \Phi(\mathbf{q}) = \sum D(\mathbf{q}_i).$$

Insatisfaction : distance géodésique à la sortie



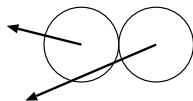
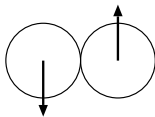
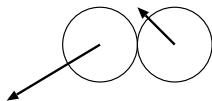
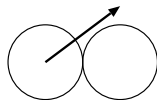
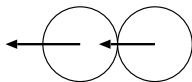
PRISE EN COMPTE DE LA CONGESTION

Certaines vitesses sont interdites, du fait des obstacles, ...



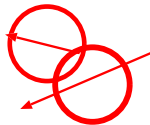
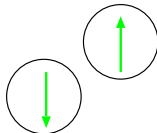
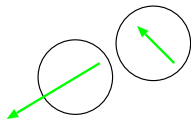
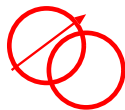
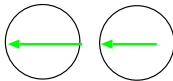
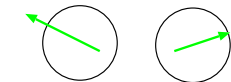
.

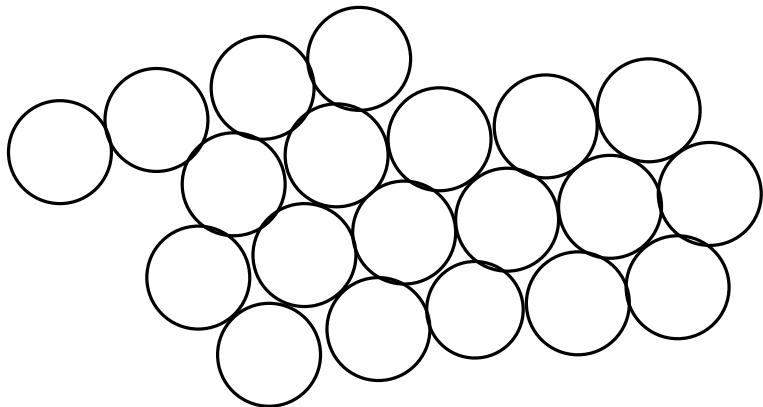
... ou des voisins.



.

... ou des voisins.





VITESSES ADMISSIBLES

Pour deux “personnes” i et j , on note D_{ij} leur distance, i.e.

$$D_{ij} = |\mathbf{q}_j - \mathbf{q}_i| - 2r.$$

Soit $t \mapsto \mathbf{q}(t)$ une trajectoire, et $\mathbf{u} = d\mathbf{q}/dt$ la vitesse associée.

On souhaite que $D_{ij}(\mathbf{q}(t))$ reste positif ou nul, donc que

$$D_{ij}(\mathbf{q}(t)) = 0 \implies \frac{d}{dt}D_{ij}(\mathbf{q}(t)) \geq 0.$$

La dérivée ci-dessus s'écrit

$$\frac{d}{dt}D_{ij}(\mathbf{q}(t)) = \nabla D_{ij} \cdot \frac{d\mathbf{q}(t)}{dt} = \mathbf{G}_{ij} \cdot \mathbf{u}(t).$$

On introduit donc

$$\mathcal{C}_{\mathbf{q}} = \{ \mathbf{v}, \mathbf{G}_{ij} \cdot \mathbf{v} \geq 0 \quad \text{dès que} \quad D_{ij}(\mathbf{q}) = 0 \},$$

On suppose (i.e. décréte) que la vitesse effective des individus est, parmi les vitesses admissibles, celle qui est la plus proche de la vitesse souhaitée :

$$\mathbf{u} = P_{\mathcal{C}_{\mathbf{q}}} \mathbf{U}.$$

FORMULATION POINT-SELLE

$$\mathcal{C}_{\mathbf{q}} = \{ \mathbf{v}, \mathbf{G}_{ij} \cdot \mathbf{v} \geq 0 \text{ dès que } D_{ij}(\mathbf{q}) = 0 \},$$

$$\mathcal{N}_{\mathbf{q}} = \mathcal{C}_{\mathbf{q}}^{\circ} = \left\{ - \sum_{i < j} \lambda_{ij} \mathbf{G}_{ij}, \lambda_{ij} \geq 0, D_{ij} > 0 \Rightarrow \lambda_{ij} = 0 \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{u} = \mathbf{U} + \sum_{i < j} \lambda_{ij} \mathbf{G}_{ij} \\ -\mathbf{G}_{ij} \cdot \mathbf{u} \leq 0 \text{ quand } D_{ij}(\mathbf{q}) = 0 \\ \lambda_{ij} \geq 0 \\ \lambda_{ij} (\mathbf{G}_{ij} \cdot \mathbf{u}) = 0. \end{array} \right.$$

$$\text{Formulation matricielle} \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{u} + B^* \lambda = \mathbf{U} \\ B\mathbf{u} \leq 0 \\ \lambda \geq 0 \\ (B\mathbf{u}, \lambda) = 0. \end{array} \right.$$

ASPECTS ALGORITHMIQUES

TÂCHES PRINCIPALES :

- ➊ Définition / acquisition de la topographie
- ➋ Définition / calcul du champ de vitesse souhaité (Fast Marching Method)
- ➌ Recherche des voisins (KDTrees)
- ➍ Prise en compte des contacts (calculs des forces d'interaction)
- ➎ Visualisation (bibliothèque VTK de Kitware, POV-Ray)

INGÉNIERIE LOGICIELLE :

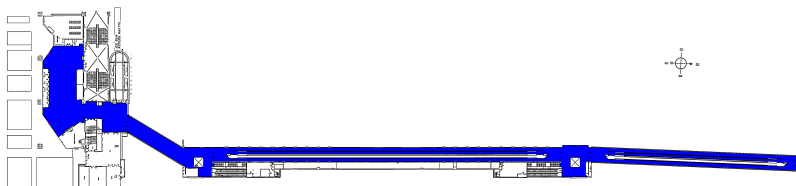
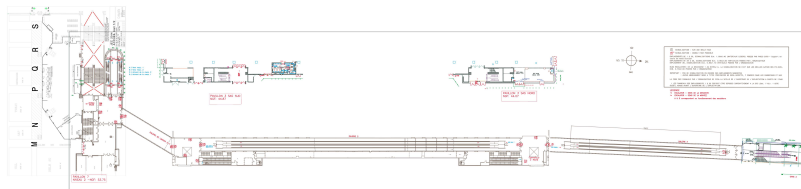
Logiciel “historique” : SCOPI (écoulements granulaires, travail de thèse d’A. Lefebvre)

Développement actuel d’un outil dédié (S. Faure).

Utilisation de la bibliothèque Intel TBB (Threading Building Blocks). Le nombre de cœurs utilisés dépend du nombre de contacts (jusqu’à 200 000 pour les foules, 3,000 000 pour les calculs granulaires).

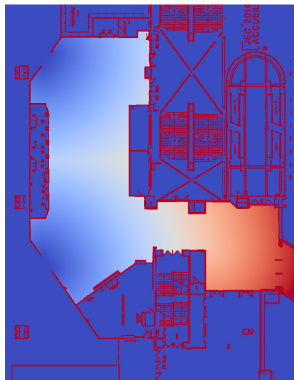
Transfert : Interaction avec une entreprise de signalétique pour une utilisation en situation réelle.

ACQUISITION DE LA TOPOGRAPHIE



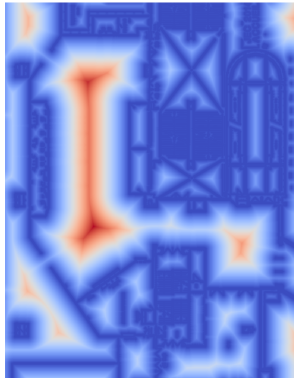
CALCUL DES DISTANCES GÉODÉSIQUES

Méthode de Fast Marching



CALCUL DES DISTANCES GÉODÉSIQUES

Méthode de Fast Marching



GESTION DES CONTACTS

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{u} + B^* \lambda = \mathbf{U} \\ B\mathbf{u} \leq 0 \\ \lambda \geq 0 \\ (B\mathbf{u}, \lambda) = 0. \end{array} \right.$$

Algorithme d'Uzawa

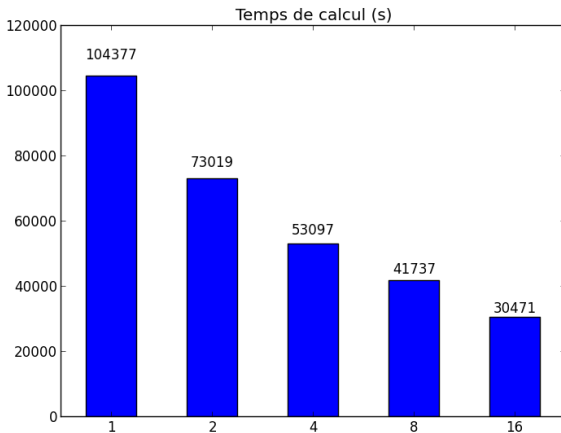
$$\lambda^{k+1} = \pi_+ \left(\lambda^k + \rho B\mathbf{u} \right)$$

Chaque ligne de B représente un contact potentiel.

4 entrées non nulles par lignes (deux pour chaque individu concerné)

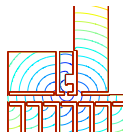
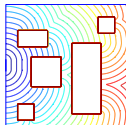
Nombre de contacts potentiel de l'ordre de $3N$ en situation congestionnée, plusieurs centaines de milliers pour les grandes foules (ex. Mecque).

SCALABILITÉ (ALGORITHME D'UZAWA)



ILLUSTRATIONS

Illustrations visionnables sur Youtube (chaîne *Crowd in Motion*)



Convex room

Convex room with one obstacle

8000 individuals, jam

Evacuation “sociale”

Evacuation “reptilienne”

Arrivée au salon du JEC, Porte de Versailles